

MINISTERIO DE  
**educación**

ESTADO PLURINACIONAL DE BOLIVIA



VICEMINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR DE FORMACIÓN PROFESIONAL  
VICEMINISTERIO DE EDUCACIÓN REGULAR

PROGRAMA DE FORMACIÓN COMPLEMENTARIA  
PARA MAESTRAS Y MAESTROS EN EJERCICIO

**PROFOCOM**



Unidad de Formación No. 10

# **Matemática**

## **La reconstrucción sociocultural de la Matemática**

(Educación Regular)

Documento de Trabajo



© De la presente edición:

**Colección:**

CUADERNOS DE FORMACIÓN COMPLEMENTARIA

**Unidad de Formación No. 10**

Matemática

La Reconstrucción Sociocultural de la Matemática

Documento de Trabajo - Segunda Edición

**Coordinación:**

Viceministerio de Educación Superior de Formación Profesional

Viceministerio de Educación Regular

Dirección General de Formación de Maestros

Instituto de Investigaciones Pedagógicas Plurinacional

Unidad de Políticas Intraculturales, Interculturales y Plurilingüe

**Redacción y Dirección:**

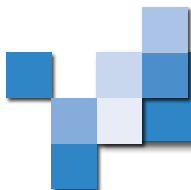
Equipo PROFOCOM

**Cómo citar este documento:**

Ministerio de Educación (2016). *Unidad de Formación Nro. 10 "Matemática - La Reconstrucción Sociocultural de la Matemática"*. Cuadernos de Formación Continua. Equipo PROFOCOM. La Paz, Bolivia.

**LA VENTA DE ESTE DOCUMENTO ESTÁ PROHIBIDA**

Denuncie al vendedor a la Dirección General de Formación de Maestros, Telf. 2912840 - 2912841



# Índice

|                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| <b>Presentación</b> .....         | 3 |
| <b>Introducción</b> .....         | 5 |
| Objetivo Holístico .....          | 7 |
| Criterios de evaluación .....     | 7 |
| Uso de Lengunas Originarias. .... | 8 |

## Momento 1

|                         |  |
|-------------------------|--|
| SESIÓN PRESENCIAL ..... |  |
|-------------------------|--|

|   |    |
|---|----|
| <b>Tema 1:</b> Matemática y Didáctica en la Diversidad Cultural ..... | 8  |
| Preguntas problematizadoras.....                                      | 8  |
| Lectura de trabajo 1 .....  | 9  |
| Lectura de trabajo 2 .....  | 13 |

|   |    |
|---|----|
| <b>Tema 2:</b> Integración de la Matemática en la Realidad..... | 18 |
| Preguntas problematizadoras.....                                | 18 |
| Lectura de trabajo 1 .....                                      | 20 |
| Lectura de trabajo 2 .....                                      | 25 |
| Lectura de trabajo 3 .....                                      | 28 |

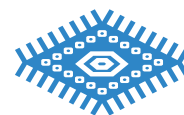
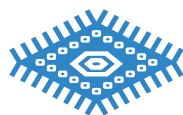
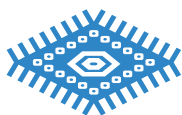
|   |    |
|---|----|
| <b>Tema 3:</b> Matemática, Ciencia y Tecnología ..... | 1  |
| Preguntas problematizadoras.....                      | 31 |
| Lectura de trabajo 1 .....                            | 32 |
| Lectura de trabajo 2 .....                            | 36 |
| Lectura de trabajo 3 .....                            | 37 |
| Lectura de trabajo 4 .....                            | 40 |

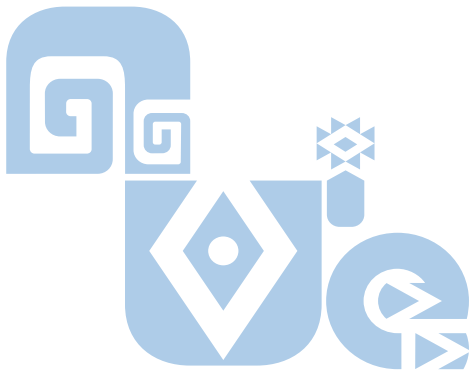
## Momento 2

|   |    |
|---|----|
| SESIONES DE CONSTRUCCIÓN CRÍTICA Y CONCRECIÓN EDUCATIVA |    |
| ACTIVIDADES DE AUTOFORMACIÓN .....                      | 46 |
| ACTIVDADES DE FORMACIÓN COMUNITARIA .....               | 62 |
| ACTIVIDADES DE CONCRECION EDUCATIVA .....               | 62 |

## Momento 3

|  |    |
|--|----|
| Sesión presencial de socialización.....  | 68 |
| Producto de la Unidad de Formación ..... | 68 |







## Presentación

**E**l Programa de Formación Complementaria para Maestras y Maestros en Ejercicio PROFOCOM es un programa que responde a la necesidad de transformar el Sistema Educativo a partir de la formación y el aporte de las y los maestros en el marco del Modelo Educativo Sociocomunitario Productivo y de la Ley de la Educación N° 070 “Avelino Siñani - Elizardo Pérez” que define como objetivos de la formación de maestras y maestros:

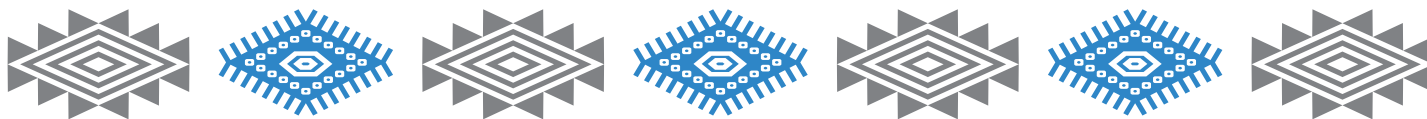
1. Formar profesionales críticos, reflexivos, autocríticos, propositivos, innovadores, investigadores; comprometidos con la democracia, las transformaciones sociales, la inclusión plena de todas las bolivianas y los bolivianos.
2. Desarrollar la formación integral de la maestra y el maestro con alto nivel académico, en el ámbito de la especialidad y el ámbito pedagógico, sobre la base del conocimiento de la realidad, la identidad cultural y el proceso sociohistórico del país. (Art. 33)

Así entendido, el PROFOCOM busca fortalecer la formación integral y holística, el compromiso social y la vocación de servicio de maestras y maestros en ejercicio mediante la implementación de procesos formativos orientados a la aplicación del Currículo del Sistema Educativo Plurinacional, que concrete el Modelo Educativo Sociocomunitario Productivo aportando en la consolidación del Estado Plurinacional.

Este programa es desarrollado en todo el Estado Plurinacional como un proceso sistemático y acreditable de formación continua. La obtención del grado de Licenciatura será equivalente al otorgado por las Escuelas Superiores de Formación de Maestras y Maestros (ESFM), articulado a la apropiación e implementación del Currículo Base del Sistema Educativo Plurinacional.

Son las Escuelas Superiores de Formación de Maestras y Maestros, Unidades Académicas y la Universidad Pedagógica las instancias de la implementación y acreditación del PROFOCOM, en el marco del currículo de formación de maestras y maestros del Sistema Educativo Plurinacional, orientando todos los procesos formativos hacia una:

- ✿ “Formación Descolonizadora”, que busca a través del proceso formativo lidiar contra todo tipo de discriminación étnica, racial, social, cultural, religiosa, lingüística, política y económica, para garantizar el acceso y permanencia de las y los bolivianos en el sistema educativo, promovien-



do igualdad de oportunidades y equiparación de condiciones a través del conocimiento de la historia de los pueblos, de los procesos liberadores de cambio y superación de estructuras mentales coloniales, la revalorización y fortalecimiento de las identidades propias y comunitarias, para la construcción de una nueva sociedad.

- ✿ “Formación Productiva”, orientada a la comprensión de la producción como recurso pedagógico para poner en práctica los saberes y conocimientos como un medio para desarrollar cualidades y capacidades articuladas a las necesidades educativas institucionales en complementariedad con políticas estatales. La educación productiva territorial articula a las instituciones educativas con las actividades económicas de la comunidad y el Plan Nacional de Desarrollo.
- ✿ “Formación Comunitaria”, como proceso de convivencia con pertinencia y pertenencia al contexto histórico, social y cultural en que tiene lugar el proceso educativo. Esta forma de educación mantiene el vínculo con la vida desde las dimensiones material, afectiva y espiritual, generando prácticas educativas participativas e inclusivas que se internalizan en capacidades y habilidades de acción para el beneficio comunitario. Promueve y fortalece la constitución de Comunidades de Producción y Transformación Educativa (CPTE), donde sus miembros asumen la responsabilidad y corresponsabilidad de los procesos y resultados formativos.
- ✿ “Formación Intracultural, Intercultural y Plurilingüe”, que promueve la autoafirmación, el reconocimiento, fortalecimiento, cohesión y desarrollo de la plurinacionalidad; asimismo, la producción de saberes y conocimientos sin distinciones jerárquicas; y el reconocimiento y desarrollo de las lenguas originarias que aporta a la intraculturalidad como una forma de descolonización y a la interculturalidad estableciendo relaciones dialógicas, en el marco del diseño curricular base del Sistema Educativo Plurinacional, el Currículo Regionalizado y el Currículo Diversificado.

Este proceso permitirá la autoformación de las y los participantes en Comunidades de Producción y Transformación Educativa (CPTE), priorizando la reflexión, el análisis, la investigación desde la escuela a la comunidad, entre la escuela y la comunidad, con la escuela y la comunidad, hacia el desarrollo armónico de todas las potencialidades y capacidades, valorando y respetando sus diferencias y semejanzas, así como garantizado el ejercicio pleno de los derechos fundamentales de las personas y colectividades, y los derechos de la Madre Tierra en todos los ámbitos de la educación.

Se espera que esta colección de Cuadernos, que ahora presentamos, se constituyan en un apoyo tanto para facilitadores como para participantes, y en ellos puedan encontrar:

- ◆ Los objetivos orientadores del desarrollo y la evaluación de cada Unidad de Formación.
- ◆ Los contenidos curriculares mínimos.
- ◆ Lineamientos metodológicos, concretados en sugerencias de actividades y orientaciones para la incidencia en la realidad educativa en la que se ubica cada participante.

Si bien los Cuadernos serán referencia básica para el desarrollo de las Unidades de Formación, cada equipo de facilitadores debe enriquecer, regionalizar y contextualizar los contenidos y las actividades propuestas de acuerdo a su experiencia y a las necesidades específicas de las maestras y maestros.

Roberto Aguilar Gómez  
MINISTRO DE EDUCACIÓN





## Introducción



A partir de la presente Unidad de Formación se trabajan aspectos más concretos que orientan la aplicación del Modelo Educativo Sociocomunitario Productivo, a través del desarrollo de los elementos curriculares en las Áreas de Saberes y Conocimientos bajo la perspectiva del sentido de los Campos de Saberes y Conocimientos.

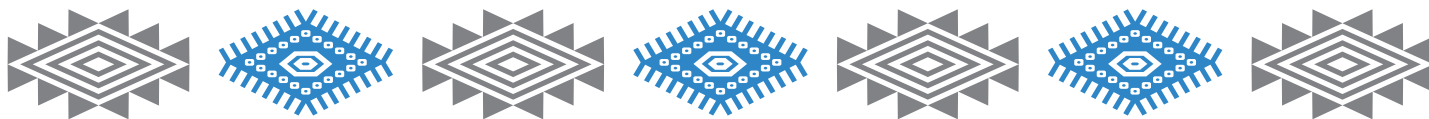
En ese sentido, la Unidad de Formación esta orientada a continuar con el desarrollo de los elementos curriculares del Modelo Educativo relacionados al enfoque de las Áreas. Con esta finalidad, el abordaje de los conocimientos se enmarca en la metodología desarrollada en las anteriores Unidades de Formación que parte de la problematización, en este caso, del Área de saberes y conocimientos y de la propia práctica y experiencia educativa de la maestra y maestro participante; el momento de la problematización esta complementado con lecturas de trabajo propuestas en cada uno de los temas (estas lecturas tienen que ser abordadas de manera crítica y reflexiva pues son instrumentos que permiten a la maestra y maestro participante generar su propia reflexión, propuestas y conclusiones, a partir de su experiencia).

Con base en estas orientaciones, las Unidades de Formación de las Áreas de Saberes y Conocimientos están organizadas en tres temas; en cada tema se abordan determinados conocimientos o contenidos del Área que se desarrollan de acuerdo a las orientaciones realizadas en el párrafo anterior. Además la presente Unidad de Formación plantea las orientaciones de trabajo para los momentos de la Sesión Presencial (8 horas), Sesiones de Construcción Crítica y Concreción Educativa (138 horas) en sus actividades de Formación Comunitaria, Autoformación, Concreción Educativa; Sesión Presencial de Socialización (4 horas) y el Producto.

Si bien las Facilitadoras y Facilitadores poseen formación en alguna especialidad y nivel (primaria, secundaria o inicial), deben abordar su trabajo de manera general; por ello, deben conocer el sentido y la estructura de la Unidad de Formación de manera que guíen y orienten adecuadamente la realización de las actividades de la presente Unidad de Formación.

Al inicio de la Sesión Presencial de 8 horas, al presentar la Unidad de Formación, la o el Facilitador debe explicar con claridad lo siguiente:

1. La importancia de trabajar a través de la problematización de las Áreas y nuestra práctica educativa.



2. El sentido crítico con que debe abordarse las lecturas de trabajo a partir de la problematización del texto de lectura en función de las preguntas propuestas.
3. Las áreas de saberes y conocimientos tienen que trabajarse de modo articulado respondiendo al sentido de los Campos y al enfoque del MESCP.

La **problematización de las Áreas** se trabajará a través de preguntas problematizadoras y otras actividades relacionadas a la práctica educativa de la o el maestro; problematización de los contenidos del área para su apropiación crítica; problematización de los contenidos de las áreas en función de su vínculo con la realidad. Esta forma de abordar los conocimientos o contenidos de las áreas de saberes y conocimientos debe dar lugar al debate, reflexión y discusión sobre los temas planteados en el desarrollo de la Unidad de Formación y plasmarse en la práctica educativa de maestras y maestros en el desarrollo de las clases con las y los estudiantes.

Es necesario profundizar y problematizar las áreas y sus contenidos desde su articulación con las otras áreas de saberes y conocimientos; por ello se plantean actividades que se orientan a esta articulación en el Momento 2 de Concreción Educativa.

Las **lecturas de trabajo** propuestas deben ser abordadas de manera crítica y problemática; no se trata de leer de manera pasiva, repetitiva o memorística; éstas deben apoyar en la profundización del debate y discusión. No tienen la función de dar respuestas a las preguntas realizadas, sino, son un insumo o dispositivo para que maestras y maestros aperturen el debate y profundicen el análisis de los temas abordados.

Como se ha indicado en párrafos anteriores estas lecturas deben ser cotejadas con nuestras propias prácticas y experiencias para generar conclusiones, explicaciones e interpretaciones de los temas abordados.

Con base a estas explicaciones e indicaciones metodológicas se iniciará con el desarrollo de la presente Unidad de Formación.

En la Sesión Presencial de 8 horas las maestras y maestros participantes trabajarán organizados por Áreas de Saberes y Conocimientos; en las Sesiones de Construcción Crítica y Concreción Educativa (138 horas), será importante trabajar en las Comunidades de Producción y Transformación Educativa y en Sesión Presencial de Socialización (4 horas), la actividad se organizará por áreas de saberes y conocimientos o por las CPTes, según las necesidades para un adecuado desarrollo de la sesión.

## Objetivo Holístico

Profundizamos la comprensión y el análisis crítico de la cronología del arte europeo impregnados en los contenidos o conocimientos de las Artes Plásticas y Visuales en nuestros pueblos y naciones, problematizando nuestras experiencias y prácticas educativas relacionando con lecturas de diferentes autores, a través del desarrollo de actitudes de trabajo cooperativo y respeto mutuo, para generar nuestras propias conclusiones que contribuyan a la transformación de la educación.





## Criterios de evaluación

**SABER:** *Profundizamos la comprensión y el análisis crítico de la cronología del arte europeo impregnados en los contenidos o conocimientos de las Artes Plásticas y Visuales en nuestros pueblos y naciones:*

- ◆ Relación de los contenidos con los diferentes aspectos de la realidad.
- ◆ Explicación de los temas desarrollados desde diferentes puntos de vista.
- ◆ Utilización de conceptos y categorías de los temas tratados en el análisis y reflexión de los diferentes temas.

**HACER:** *Problematizando nuestras experiencias y prácticas educativas relacionando con lecturas de diferentes autores:*

- ◆ Reflexión crítica sobre su práctica educativa.
- ◆ Análisis comparativo de las formas de enseñanza tradicionales, las formas de enseñanza emergentes del Modelo Sociocomunitario Productivo y las lecturas realizadas.
- ◆ Recuperación crítica de su experiencia como maestra o maestro.

**SER:** *A través del desarrollo de actitudes de trabajo cooperativo y respeto mutuo:*

- ◆ Colaboración entre participantes.
- ◆ Respeto a la opinión de las y los demás participantes.

**DECIDIR:** *Para generar nuestras propias conclusiones o teorías que contribuyan a la transformación de la educación:*

- ◆ Generación de conclusiones emergentes de la confrontación de la experiencia propia y las lecturas realizadas.
- ◆ Explicación adecuada de las realidades educativas practicadas de forma tradicional.

## Uso de lenguas originarias

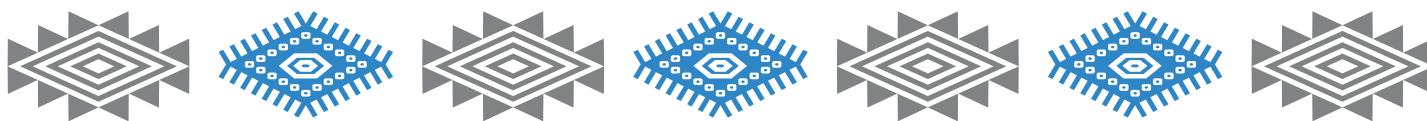
El uso de la lengua originaria debe realizarse en los tres momentos del desarrollo de la Unidad de Formación; de acuerdo al contexto lingüístico se realizarán conversaciones, preguntas, intercambios de opiniones, discusiones y otras acciones lingüísticas aplicando la lengua originaria.

### Momento 1

**Sesión presencial (8 horas)**

### TEMA 1: Matemática y Didáctica en la Diversidad Cultural

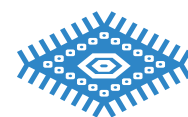
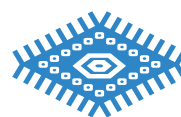
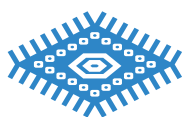
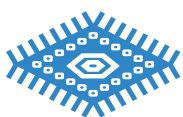
En esta sesión las y los maestros participantes trabajan organizados por áreas de saberes y conocimientos y realizan las siguientes actividades (Sugerimos que el participante tenga su cuaderno de apuntes para el trabajo a desarrollar).



## Preguntas problematizadoras

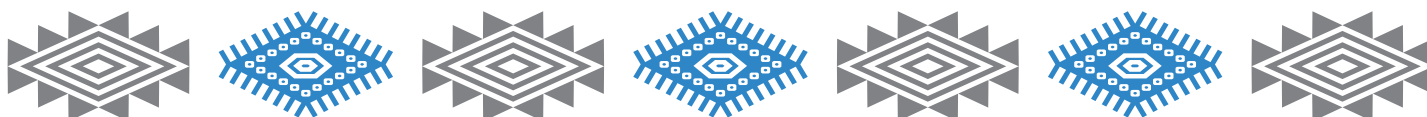
La o el facilitador organiza los grupos de trabajo por Áreas y/o Campos de saberes y conocimientos, proporcionando las preguntas problematizadoras. En el grupo y desde su experiencia responden a las preguntas problematizadoras orientadas al análisis y reflexión. Responder en los siguientes recuadros

¿Cómo se expresan los saberes y conocimientos matemáticos en las diferentes culturas? Describe algunas manifestaciones concretas de acuerdo al contexto de la unidad educativa.



¿Tiene la Matemática un sentido único “Universal” o pueden existir otras lógicas en la comprensión de la Matemática? Describe algunas de ellas.

¿De qué manera desarrollamos una Matemática desde nuestra propia cosmovisión?



En el recuadro titulado “formas de enseñar la matemática en las diferentes culturas”, describimos tres a cuatro ejemplos sobre las formas de la enseñanza de la matemática, considerando un determinado contenido, el contexto y la cotidianidad.

| “FORMAS DE ENSEÑAR LA MATEMÁTICA EN LAS DIFERENTES CULTURAS” |       |
|--|-------|
| •  | ..... |
| •  | ..... |
| •  | ..... |

## Lectura de Trabajo

### Hacia una didáctica intercultural de las matemáticas.

*Por Joachim Schroeder Pág., 192 - 196.*

*“Plurinacional y aprendizaje de la matemática” En América Latina, Experiencias y desafíos.*

*Alfonzo E. Lizárraburu-Gustavo Zapata Soto*

*Ediciones Morata (2001). Impreso en España.*

#### 1. Introducción

La enseñanza intercultural busca fomentar el análisis de la Diversidad Cultural y de Cómo ésta se manifiesta en las diferentes culturas. La educación intercultural toma como punto de partida del trabajo pedagógico el hecho de que vivimos en una sociedad caracterizada por la diversidad cultural, social y lingüística, diversidad que debe servir precisamente al proceso de aprendizaje.

La teoría del aprendizaje intercultural afirma que se puede lograr un proceso de aprendizaje productivo mediante el análisis de las diferencias culturales. El problema que nos ocupa ahora es analizar en qué medida esto también es posible en las clases de matemática.

Por consiguiente, aquí nos ocuparemos de la relación entre la matemática y la cultura, una relación que no siempre es armoniosa. Discutimos algunos enfoques en el marco de la didáctica y sus teorías implícitas sobre la cultura. Al final formulamos una propuesta para una didáctica intercultural de las matemáticas y presentamos algunos ejemplos prácticos.

#### 2. El niño, las matemáticas y la cultura

Normalmente guiamos las reflexiones sobre la didáctica de la matemática tomando en consideración los fundamentos que ofrece la psicología del desarrollo del pensamiento formal





abstracto de los niños. Se supone que el niño debe desarrollar, a partir de una sistematización de su experiencia cotidiana, los conceptos que debe manejar en el terreno de la matemática. No hay duda de que debemos considerar el desarrollo lógico de los niños teniendo en cuenta el contexto sociocultural en el cual se produce este desarrollo. Asimismo, sabemos muy poco sobre el desarrollo del pensamiento formal abstracto de los niños que crecen en un contexto denominado “holístico y colectivo”. Y tampoco sabemos sobre el desarrollo de los niños que se encuentran al mismo tiempo en diferentes contextos sociales y culturales (por ejemplo, niños inmigrantes o refugiados), o que viven en un contexto marcado por una pluralidad cotidiana, como es típico en los centros urbanos metropolitanos de toda América Latina. Sabemos, sí, que estos niños son algo “diferentes” y que viven en “otra” cultura; pero hasta ahora no tenemos muy claro en qué consiste esas diferencias y qué consecuencias tienen para su desarrollo.

Esto significa que, a partir de lo dicho, debemos deducir que cada alumno Posee casi una cultura individual basada en una estrecha relación con los respectivos sociales en los cuales crece.

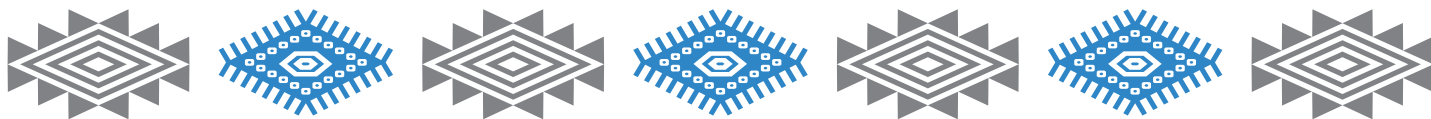
“La cultura dirige el desarrollo mental de diversas maneras: aprendemos la lengua hablada por medio de quienes están a nuestro alrededor, organizamos nuestras operaciones con números en forma congruente con el sistema de numeración usado en nuestra cultura, clasificamos objetos, personas y acontecimientos de acuerdo a las categorías de nuestra sociedad” (Carraher y Cols., 1991, pág. 149).

Esto quiere decir que la cultura propia del niño se desarrolla teniendo como marco los conceptos y estructuras que encontramos en un contexto específico; por ejemplo, la manera de percibir e interpretar el mundo o sus experiencias personales.

Así también se desarrolla una cultura numérica y matemática propia del niño, que se constituye sobre las teorías específicas de los números, sobre la percepción del espacio y el tiempo, sobre la manera de comunicar numéricamente en la cultura en que vive. Los niños “llevan” en sí mismo ese elemento cultural y lo “llevan” al colegio. Ello dispone de una cultura matemática propia e individual que puede ser igual a la cultura matemática escolar pero que muchas veces es algo deferente y a veces es totalmente distinta.

Una orientación intercultural de la enseñanza de la matemática debe tener en cuenta este proceso cultural y no solamente individual o formal del desarrollo del pensamiento lógico-abstracto de los niños. El enfoque intercultural parte justamente de esas diferencias y de la diversidad de culturas matemáticas existentes entre los mismos niños.

Podemos dar los primeros pasos hacia una verdadera enseñanza intercultural de la matemática observando cuidadosamente las concepciones que desarrollan los niños sobre los números; trabajando sobre la diversidad de los algoritmos que han aprendido y que utilizan en su vida cotidiana; evaluando las diferentes situaciones a las cuales se enfrentan los niños diariamente; aprendiendo a contar en las distintas lenguas que existen en el país; usando consciente y correctamente las diversidades “máquinas matemáticas” para resolver problemas de cálculo, ya sean de tipo popular (como el cálculo mental o el uso de las manos), o



étnico-cultural (como la yupana o la taptana), o de tipo electrónico (como la calculadora y la computadora).

### 3. Lo propio y lo ajeno en las matemáticas

La matemática es un instrumento para percibir, describir y analizar la realidad. En la matemática se desarrollaron diferentes métodos con estos propósitos. La historia cultural de la matemática nos enseña que en todas las culturas se desarrollaron sistemas de numeración y el cálculo; métodos para efectuar y representar operaciones matemáticas; sistemas de clasificación y medición del tiempo, el espacio y la masa. Por tanto, la matemática aparece como un fenómeno universal para ordenar el mundo y entenderlo. Así pues, encontramos un gran número de posibilidades de ordenar e interpretar el mundo en las diferentes culturas. Es indiscutible que existe una diferenciación de la matemática según los espacios culturales. Existen, indudablemente, distintas posiciones que describen e interpretan este proceso de diferenciación de la matemática. En este sentido, encontramos dos posiciones dominantes. Sostengo que son ingenuas y, en parte, falsas.

Una posición describe el desarrollo histórico-cultural de la matemática mediante un modelo lineal. La diversidad universal del pensamiento matemático a lo largo de la historia de la matemática se interpreta como un proceso de permanente diferenciación, modernización, perfeccionamiento y “cientifización” del cálculo. En esta perspectiva, la historia de la matemática se contará más o menos de la siguiente manera: con la invención de los símbolos numéricos y, sobre todo con el descubrimiento del cero en la india se logró dar un paso esencial para desarrollos posteriores. Las cifras “indias” fueron a parar a las universidades árabes, en donde los conocimientos matemáticos tomados en la antigüedad griega y egipcia se unieron con el uso de las cifras “indias”. La matemática “árabe” llegó a los monasterios y universidades europeas, empezando así el desarrollo de la matemática científica “occidental”.

Esta presentación de la historia de la matemática muestra, por un lado, que la disciplina se desarrolló a partir de las diferentes contribuciones de distintas culturas; es decir, que se formó en un proceso de intercambio cultural, integrando los desarrollos posteriores del conocimiento matemático. También podemos decir que la historia cultural de la matemática es la historia intercultural de las ideas matemáticas. Pero el problema de esta posición está, sobre todo, en su linealidad. En muchos currículos y libros escolares encontramos un conjunto de lecciones que llevan títulos como: “del quipu a la computadora”, de las monedas concha a la tarjeta de crédito”, “del trueque al supermercado”, etc. En estos temas se sugiere que hay un proceso de desarrollo evolutivo lineal de la matemática y de sus recursos. Esta posición sirvió para fundamentar un occidentalismo exagerado. Por el contrario, consideramos que el proceso histórico e intercultural se refiere a un devenir mucho más complejo.

La segunda posición describe la historia de la matemática mediante un modelo jerárquico. Acepta la existencia de diferentes culturas matemáticas, describe y ordena esta diversidad, pero se sirve de categorías duales como, por ejemplo: matemática tradicional frente a la matemática moderna; matemática simple es decir primitiva, frente a la matemática diferenciada, etc. En este Modelo, la historia de la cultura de la matemática se contará más o menos como sigue: en China, Japón y la India, en la cultura maya e incaica había sistemas de numeración y teorías



matemáticas muy desarrolladas; en los pueblos indígenas encontramos formas simples de cálculo y comienzos de matemática primitiva; la matemática que se utiliza en situaciones de la vida cotidiana moderna tiene un carácter funcional para quien lo utiliza, pero no se plantea obtener generalizaciones científicas.

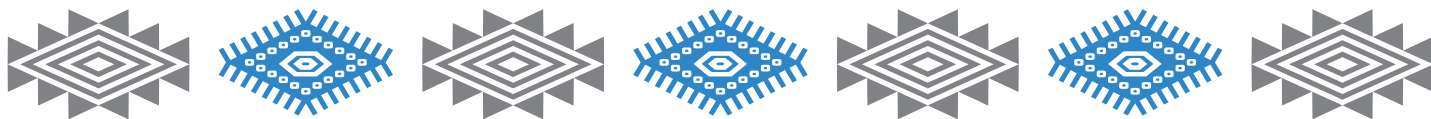
En esta posición encontramos un marcado cientificismo, pues sólo reconoce como “correcta” y “completa” a la matemática científica moderna, todos los otros sistemas y teorías matemáticos se consideran incompletos y de grado inferior. Esta posición se refleja en muchas tesis y prejuicios de la didáctica de la matemática. Por ejemplo, el prejuicio según el cual ninguna operación matemática compleja se puede realizar con las matemáticas vernáculos. Esta posición es errónea, como lo muestran de manera evidente los diversos sistemas bien diferenciados de medición del espacio. O este otro prejuicio, según el cual los niños no deben utilizar los dedos para contar, porque la matemática “correcta” es la que utiliza el lápiz y el papel. Algunas personas se sorprendieron cuando descubrieron que los analfabetos podrían contar, pues ellos creían que el aprendizaje del cálculo sólo era posible cuando iba unido al aprendizaje de la lectoescritura.

De este modelo jerárquico se puede concluir que en las clases de matemática existen al mismo tiempo dos o más “culturas” matemáticas, una al lado de la otra, siendo ésta una clásica situación intercultural. Se cree explícita o implícitamente que hay una cultura “correcta”, es decir, una cultura ofrecida en la escuela u otros medios con estos mismos antecedentes, y que las “otras” culturas, aunque muy diferentes, son deficientes.

Como afirmamos previamente, considerando que ambos modelos son inadecuados para servir de fundamento a una didáctica de la matemática. Para la descripción de este desarrollo preferimos intercultural dinámico. Asimismo, estamos de acuerdo en que existe una diversidad de culturas matemáticas, pero consideramos que, desde hace muchos años y de diferentes modos, se encuentran en un fructífero proceso de intercambio. Este modelo opera con la idea del multiculturalismo. Interpretamos el desarrollo de la diversidad de los pensamientos matemáticos en la historia mundial de la humanidad como un proceso de intercambio cultural permanente, un “proceso de migración” de ideas, conocimientos y procedimientos matemáticos.

Actualmente se habla mucho sobre la globalización y olvidamos que este proceso de contacto e intercambio universal ya existe desde hace miles de años, no solamente en el plano económico, sino también en el cultural. El desarrollo del pensamiento matemático en un proceso de intercambio mundial se encuentra a veces por casualidad y otras veces no. Los elementos “ajenos” son integrados en “el propio” sistema cultural o son combinados unos con otros, serán perfeccionados y algunas veces tan sólo nuevamente olvidados. Un elemento “propio”, es tomando, importado y algunas veces también “robado” por culturas “ajenas”. Las culturas matemáticas no son sistemas culturales encerrados en sí mismos; son dinámicos y están abiertos a principios nuevos y ajenos. El hecho de que el intercambio intercultural de la matemática no haya ocurrido siempre de forma armónica, sino más bien conflictiva, no contradice la tesis, sino que la apun-tala.

Una orientación intercultural de la enseñanza de la matemática debe tener en cuenta este proceso complejo, recíproco y dinámico en el plano mundial. El enfoque intercultural parte, justamente, de esas diferencias y de la diversidad de las culturas matemáticas.



Daremos pasos importantes hacia la enseñanza de una verdadera matemática intercultural reconstruyendo cuidadosamente la historia intercultural de las matemáticas; mostrando y trabajando con la variedad de perspectivas que nos da el estudio del mismo fenómeno; poniéndonos en contacto con la diversidad de conocimientos matemáticos a lo largo de la historia y el todo el mundo; reconociendo y demostrando que la cultura a la cual pertenecemos es el producto de un intercambio cultural, con elementos lingüísticos, estéticos y matemáticos “importados” (trátese o no de un proceso voluntario) o “implantados” (si es un proceso de colonización o dominación); comprendiendo que vivimos no solamente en una, sino en varias culturas matemáticas, y descubriendo el universo de los números.

#### 4. Cuatro formas didácticas para el aprendizaje intercultural

El enfoque intercultural de la educación matemática tiende a hacer que los estudiantes piensen, discutan y evalúen las diferencias culturales y a comparar las diversas culturas matemáticas. Es decir: lo matemático se asume como un problema cultural, social, económico y político; además, se muestra que las diferentes formas del mundo cotidiano en el que vivimos son matematizables. La enseñanza de la matemática intercultural se mueve entonces entre dos polos: las operaciones de cálculo (matemática) y el contexto sociocultural (cultura).

Antes de organizar las clases es importante tener claro cuál es el objetivo que se persigue. Si los alumnos deben resolver un problema matemático, se debe tener en cuenta la diversidad de los contextos culturales; si los estudiantes deben investigar algo sobre un determinado tema, éste puede ser abordado desde el punto de vista del cálculo.

A modo de orientación, presentaremos cuatro formas didácticas distintas que es posible aplicar a la enseñanza de la matemática. Añadiendo algunos ejemplos para mostrar cómo hemos trabajado la matemática a partir del enfoque intercultural en la escuela primaria y en capacitación con maestros de matemática en diferentes países latinoamericanos (Schroeder 1993, 1997, 1998)

#### Actividad

Desde nuestra experiencia, en base a las preguntas problematizadoras y la lectura presentada, analizamos y reflexionamos nuestra práctica pedagógica, anotando tres criterios sobre las formas de expresión numérica en la realidad.

| Forma y expresiones de nociones numéricas locales | Expresiones numéricas occidentales |
|---|------------------------------------|
| -   | -                                  |
| -   | -                                  |
| -   | -                                  |





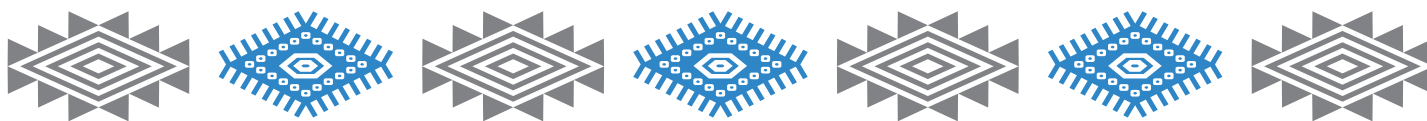
## TEMA 2: Articulación de la Matemática en la Realidad y su Concreción.

### Preguntas problematizadoras

Desde la experiencia educativa y organizados en grupos de trabajo, reflexionamos sobre las siguientes preguntas problematizadoras, registrando en el recuadro las respuestas consensuadas.

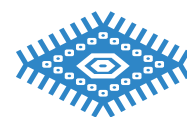
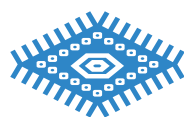
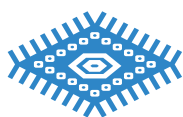
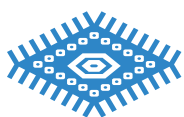
¿Cuáles son los mitos de la Matemática, su enseñanza y aprendizaje?

¿Cómo desmitificamos la Matemática, su enseñanza y el aprendizaje en las actividades cotidianas?



¿De qué manera la Aritmética se articula con los demás componentes de la Matemática, para responder a las necesidades educativas?

Desde la experiencia práctica ¿Cómo desarrollamos la Aritmética, para solucionar las necesidades, problemáticas y situaciones de aprendizaje cotidianas?



**Actividad 1.**

En el grupo de trabajo socializamos y registramos las respuestas más pertinentes que se orientan a comprender el sentido de la “Integración de la Aritmética en la Realidad”.

| RESPUESTA<br>CONSENSUADA 1 | RESPUESTA<br>CONSENSUADA 2 | RESPUESTA<br>CONSENSUADA 3 | RESPUESTA<br>CONSENSUADA 4 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
|                            |                            |                            |                            |

**Lectura de trabajo****Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas  
para maestros**

*Autores: Juan D. Godín, Carmen Batanero y Viceng Font*

*Edición febrero 2013*

*Editorial: REPRO DIGITAL Faculta de Ciencia “Granada”*

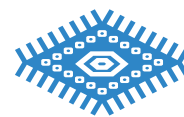
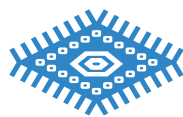
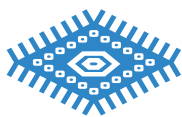
**1. Matemática en la sociedad**

Cuando tenemos en cuenta el tipo de matemática que queremos enseñar y la forma de llevar a cabo esta enseñanza debemos reflexionar sobre dos fines importantes de esta enseñanza:

- Que los estudiantes lleguen a comprender y apreciar el papel de la matemática en la sociedad, incluyendo sus diferentes campos de aplicación y el modo en que las matemática ha contribuido a su desarrollo científico y tecnológico.
- Que los estudiantes comprendan y valoren la metodología matemática en el aprendizaje óptimo y pertinente, a través de preguntas inteligentes, cuyas respuestas sirvan para la producción del saber y conocimiento matemático. La clase académica debe ser superada paulatinamente

**2. ¿Cómo surgen las matemáticas? Algunas notas históricas**

La perspectiva histórica muestra claramente que las matemáticas son un conjunto de conocimientos en evolución continua y que en dicha evolución desempeña a menudo un papel de



primer orden la necesidad de resolver determinados problemas prácticos (o internos a las propias matemáticas) y su interrelación con otros conocimientos.

### Ejemplo:

Los orígenes de la estadística son muy antiguos, ya que se han encontrado pruebas de recogida de datos sobre población, bienes y producción en las civilizaciones china (aproximadamente 1000 años a. C.), sumeria y egipcia. Incluso en la Biblia, en el libro de Números aparecen referencias al recuento que hacían los israelitas en edad de servicio militar. No olvidemos que precisamente fue un censo, según el Evangelio, lo que motivó el viaje de José y María a Belén. Los censos propiamente dichos eran ya una institución en el siglo IV a.C. en el imperio romano. Sin embargo, muy recientemente la estadística ha adquirido la categoría de ciencia. En el siglo XVII surge la aritmética política, desde la escuela alemana de Conring. Posteriormente su discípulo Achenwall orienta su trabajo a la recogida y análisis de datos numéricos, con fines específicos y en base a los cuales se hacen estimaciones y conjeturas, es decir se observan ya los elementos básicos del método estadístico. La estadística no es una excepción y, al igual que ella, otras ramas de las matemáticas se han desarrollado como respuesta a problemas de índole diversa:

Muchos aspectos de la geometría responden en sus orígenes históricos, a la necesidad de resolver problemas de agricultura y de arquitectura. Los diferentes sistemas de numeración evolucionan paralelamente a la necesidad de buscar notaciones que permitan agilizar los cálculos aritméticos.

La teoría de la probabilidad se desarrolla para resolver algunos de los problemas que plantean los juegos de azar.

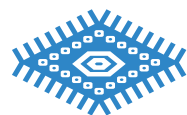
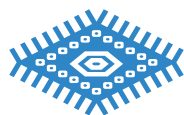
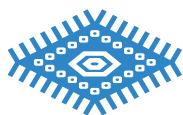
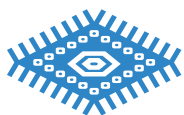
La matemática constituye la forma de conocimiento sobre el que se construyen los modelos científicos, toman parte en el proceso de modelización de la realidad, y en muchas ocasiones han servido como medio de validación de estos modelos. Por ejemplo, han sido cálculos matemáticos los que permitieron, mucho antes de que pudiesen ser observados, el descubrimiento de la existencia de los últimos planetas de nuestro sistema solar.

Sin embargo, la evolución de la matemática no sólo se ha producido por acumulación de conocimientos o de campos de aplicación. Los propios conceptos matemáticos han ido modificando su significado con el transcurso del tiempo, ampliándolo, precisándolo o avisándolo, adquiriendo relevancia o, por el contrario, siendo relegados a segundo plano.

### Ejemplos:

El cálculo de probabilidades se ha transformado notablemente, una vez que se incorporaron conceptos de la teoría de conjuntos en la axiomática propuesta por Kolmogorov. Este nuevo enfoque permitió aplicar el análisis matemático a la probabilidad, con el consiguiente avance de la teoría y sus aplicaciones en el último siglo.

El cálculo manual de logaritmos y funciones circulares (senos, cosenos, etc.) fue objeto de enseñanza durante muchos años y los escolares dedicaron muchas horas al aprendizaje de algoritmos relacionados con su uso. Hoy las calculadoras y ordenadores producen directamente los valores



de estas funciones y el cálculo manual ha desaparecido. El mismo proceso parece seguir actualmente el cálculo de raíces cuadradas.

### 3. Papel de las matemáticas en la ciencia y tecnología

Las aplicaciones matemáticas tienen una fuerte presencia en nuestro entorno. Si queremos que el estudiante valore su papel, es importante que los ejemplos y situaciones que mostramos en la clase hagan ver, de la forma más completa posible, el amplio campo de fenómenos que las matemáticas permiten organizar.

#### 3.1. Nuestro mundo biológico

Dentro del campo biológico, puede hacerse notar al estudiante que muchas de las características heredadas en el nacimiento no se pueden prever de antemano: sexo, color de pelo, peso al nacer, etc. Algunos rasgos como la estatura, número de pulsaciones por minuto, recuento de hemáties, etc., dependen incluso del momento en que son medidas. La probabilidad permite describir estas características.

En medicina se realizan estudios epidemiológicos de tipo estadístico. Es necesario cuantificar el estado de un paciente (temperatura, pulsaciones, etc.) y seguir su evolución, mediante tablas y gráficos, comparándola con los valores promedios en un sujeto sano. El modo en que se determina el recuento de glóbulos rojos a partir de una muestra de sangre es un ejemplo de situaciones basadas en el razonamiento proporcional, así como en la idea de muestreo.

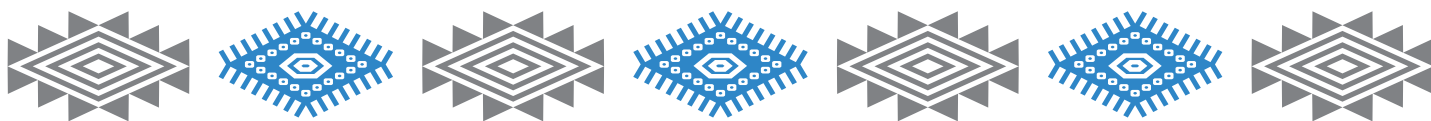
Cuando se hacen predicciones sobre la evolución de la población mundial o sobre la posibilidad de extinción de las ballenas, se están usando modelos matemáticos del crecimiento de poblaciones, de igual forma que cuando se hacen estimaciones de la propagación de una cierta enfermedad o de la esperanza de vida de un individuo.

Las formas, fenómenos y procesos que se dan en la naturaleza y en el proceso cultural, en toda su diversidad nos ofrecen ejemplos de muchos conceptos geométricos, abstraídos con frecuencia de la observación de los mismos. La matemática es una forma de la cultura como obra humana, no hay modo cultural sin proceso cultural como tampoco hay proceso cultural sin proceso productivo.

El crecimiento de los estudiantes, como desarrollo anatómico y fisiológico, permite plantear actividades de medida y ayudar a los estudiantes a diferenciar progresivamente las diferentes magnitudes y a estimar cantidades de las mismas: peso, longitud, estatura, etc.

#### 3.2. El mundo físico

Además del contexto biológico del propio individuo, nos hallamos inmersos en un medio físico. Una necesidad de primer orden es la medida de magnitudes como la temperatura, la velocidad, etc. Por otra parte, las construcciones que nos rodean (edificios, carreteras,



plazas, puentes) proporcionan la oportunidad de analizar formas geométricas; su desarrollo ha precisado de cálculos geométricos y estadísticos, uso de funciones y actividades de medición y estimación (longitudes, superficies, volúmenes, tiempos de transporte, de construcción, costes, etc.)

¿Qué mejor fuente de ejemplos sobre fenómenos aleatorios que los meteorológicos? La duración, intensidad, extensión de las lluvias, tormentas o granizos; las temperaturas máximas y mínimas, la intensidad y dirección del viento son variables aleatorias. También lo son las posibles consecuencias de estos fenómenos: el volumen de agua en un pantano, la magnitud de daños de una riada o granizo son ejemplos en los que se presenta la ocasión del estudio de la estadística y probabilidad.

### 3.3. El mundo social

El hombre no vive aislado: vivimos en sociedad; la familia, la escuela, el trabajo, el ocio están llenos de situaciones matemáticas. Podemos cuantificar el número de hijos de la familia, la edad de los padres al contraer matrimonio, el tipo de trabajo, las creencias o aficiones de los miembros varían de una familia a otra, todo ello puede dar lugar a estudios numéricos o estadísticos. Para desplazarnos de casa a la escuela, o para ir de vacaciones, dependemos del transporte público. Podemos estimar el tiempo o la distancia o el número de viajeros que usarán el autobús.

En nuestros ratos de ocio practicamos juegos de azar tales como quinielas o loterías. Acudimos a encuentros deportivos cuyos resultados son inciertos y en los que tendremos que hacer cola para conseguir las entradas. Cuando hacemos una póliza de seguros no sabemos si la cobraremos o por el contrario perderemos el dinero pagado; cuando compramos acciones en bolsa estamos expuestos a la variación en las cotizaciones. La estadística y probabilidad se revela como herramienta esencial en estos contextos.

### 3.4. El mundo político

El Gobierno, tanto a nivel local como nacional o de organismos internacionales, necesita tomar múltiples decisiones y para ello necesita información. Por este motivo la administración precisa de la elaboración de censos y encuestas diversas. Desde los resultados electorales hasta los censos de población hay muchas estadísticas cuyos resultados afectan las decisiones de gobierno.

Los índices de precios al consumo, las tasas de población activa, emigración-inmigración, estadísticas demográficas, producción de los distintos bienes, comercio, etc., de las que diariamente escuchamos sus valores en las noticias, proporcionan ejemplo de razones y proporciones.

### 3.5. El mundo económico

La contabilidad nacional y de las empresas, el control y previsión de procesos de producción de bienes y servicios de todo tipo no serían posibles sin el empleo de métodos y modelos matemáticos. En la compleja economía en la que vivimos son indispensables unos conoci-



mientos mínimos de matemáticas financieras. Abrir una cuenta corriente, suscribir un plan de pensiones, obtener un préstamo hipotecario, etc. son ejemplos de operaciones que necesitan este tipo de matemáticas.

#### 4. Matemáticas en la vida cotidiana. Cultura matemática

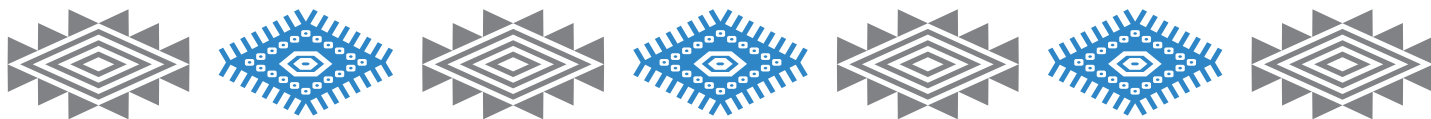
Uno de los fines de la educación es formar ciudadanos cultos, pero el concepto de cultura es cambiante y se amplía cada vez más en la sociedad moderna. Cada vez más se reconoce el papel cultural de las matemáticas y la educación matemática también tiene como fin proporcionar esta cultura. El objetivo principal no es convertir a los futuros ciudadanos en “matemáticos aficionados”, tampoco se trata de capacitarlos en cálculos complejos, puesto que los ordenadores hoy día resuelven este problema. Lo que se pretende es proporcionar una cultura con varios componentes interrelacionados:

- a. Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información matemática y los argumentos apoyados en datos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, o en su trabajo profesional.
- b. Capacidad para discutir o comunicar información matemática, cuando sea relevante, y competencia para resolver los problemas matemáticos que encuentre en la vida diaria o en el trabajo profesional.

En base a la lectura anterior, cada participante del grupo menciona una experiencia práctica para mostrar que la Aritmética es aplicable a la vida real y es de fácil comprensión.

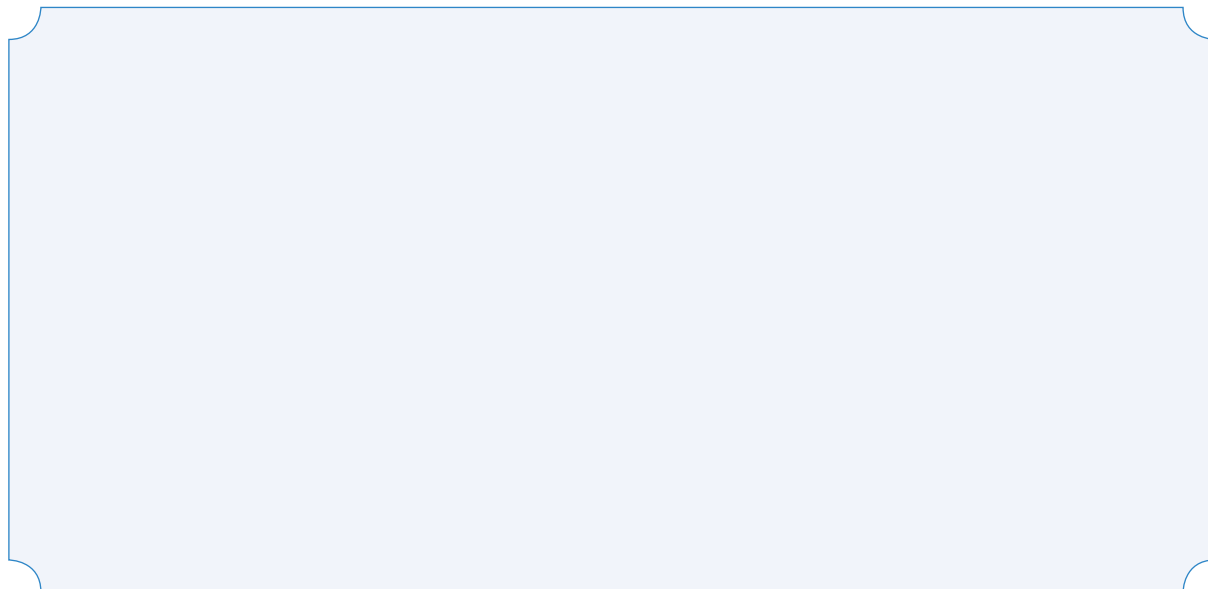
#### Actividad 1

Planteamos tres ejemplos, en la práctica, referidos a la manera de concretizar la Aritmética en situaciones económicas, políticas y otras.



## Actividad 2

Describimos y planteamos estrategias metodológicas que posibiliten la integración de la Aritmética con los otros conocimientos del área, articulada a la realidad para facilitar el aprendizaje de las y los estudiantes.



## Lectura de trabajo 2

### Las venas abiertas de la matemática financiera

*Autor: Alí Ramón Rojas Olaya Departamento de Matemática y Física Instituto Pedagógico de Caracas  
Universidad Pedagógica Experimental Libertador rojasolaya@yahoo.es ; olaya902@gmail.com*

*“Si yo, por ejemplo, le sugiero a mis alumnos que hagan la siguiente actividad: ustedes tienen*

*10.000 dólares y los llevan al banco, donde obtendrán 3% por concepto de intereses, ¿cuánto tendrán dentro de seis meses? Algunos piensan que es solamente una actividad de cálculo, pero realmente esa tarea tiene que ver algo con política e ideología. Es una pregunta capitalista; en tal sentido, tú les suministras a tus alumnos la representación del valor capitalista.*

*Yo le pregunto a ustedes: ¿dónde está la neutralidad de la Matemática?”*

Freire, 1981

La matemática financiera constituye un complejo universo de saberes matemáticos, contables y económicos que históricamente ha fortalecido las estructuras de dominación imperantes en la mayoría de los países del mundo. Su didáctica tradicional ha transitado realidades edu-





cativas poco eficientes y distorsionantes. Partiendo de estas premisas, este artículo propone el aprendizaje de la matemática financiera desde el paradigma socio-crítico, es decir, la didáctica crítica de la matemática financiera. Para ello, describimos un punto de vista sobre el papel protagónico que cumple y debería cumplir la matemática financiera y su didáctica en el desarrollo de profundos procesos de concienciación social, lo cual significa que no se debe descuidar los aspectos formativo y político de la matemática (Mellin-Olsen, 1987;

Skovsmose, 1999; Freire, 1997 y Valero, 2007) para constituir elementos básicos de la didáctica crítica (Rodríguez Rojo, 1997; Klafki, 1986 y Schaller, 1986).

El concepto “dinero” es utilizado en este artículo como idea generadora de aprendizaje. De su pedagogía y didáctica se tocan aristas sociológicas, políticas, químicas, matemáticas, financieras, históricas, literarias, geográficas, estadísticas, geopolíticas, étnicas e internacionalistas.

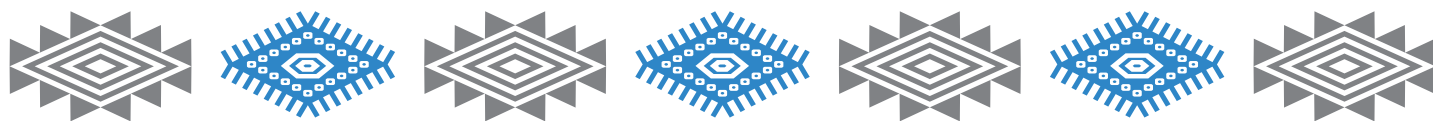
### ¿Qué es la matemática financiera?

El capitalismo ha dejado de coincidir con el progreso. En el período de la libre concurrencia, el aporte de la ciencia hallaba enérgico estímulo en las necesidades de la economía capitalista. El inventor, el creador científico, concurrían al adelanto industrial y económico, y la industria excitaba el proceso científico. El régimen del monopolio tiene distinto efecto. La industria, las finanzas, comienzan a ver un peligro en los descubrimientos científicos. El progreso de la ciencia se convierte en un factor de inestabilidad industrial. Para defenderse de este riesgo, un trust puede tener interés en sofocar o secuestrar un descubrimiento. (José Carlos Mariátegui, 1976)

La Matemática, como sistema de conocimientos organizados en continua expansión, es aplicada en casi todas las disciplinas del saber y en particular en las Ciencias Físicas (Mehl, 1964). Permite modelar la realidad y utilizar el sentido lógico para arribar a generalizaciones, a través de la simbolización. En consecuencia, la asignatura Matemática Financiera está orientada a estimular el desarrollo de destrezas y habilidades cognitivas que, en una fase posterior, se traducen en capacidades analíticas y críticas. Desde el punto de vista matemático, la base de la matemática financiera es explorar el cambio que se genera en uno o varios capitales a través del tiempo.

La matemática financiera, como su nombre lo indica, es la aplicación de la Matemática a las finanzas, centrándola en el estudio del valor del dinero en el tiempo, combinando el capital, la tasa y el tiempo para obtener un rendimiento o interés, a través de métodos de evaluación que permiten tomar decisiones de inversión. La matemática financiera se relaciona con la contabilidad, ya que se apoya en información razonada generada por los registros contables; es también una herramienta auxiliar de la ciencia política, ya que es utilizada en el estudio y resolución de problemas económicos que tienen que ver con la sociedad, lo que auxilia a esta disciplina en la toma de decisiones de inversión, presupuesto y ajustes económicos. La matemática financiera tiene una aplicación eminentemente práctica, su estudio está íntimamente ligado a la solución de problemas de la vida cotidiana en el área de negocios.

La importancia de la matemática financiera radica en la teoría del valor trabajo, desarrollada por Ricardo (1959), quien afirmaba que los precios eran consecuencia de la cantidad de trabajo que se necesitaba para producir un bien. Marx (1976) se sirve esta teoría y otras dos



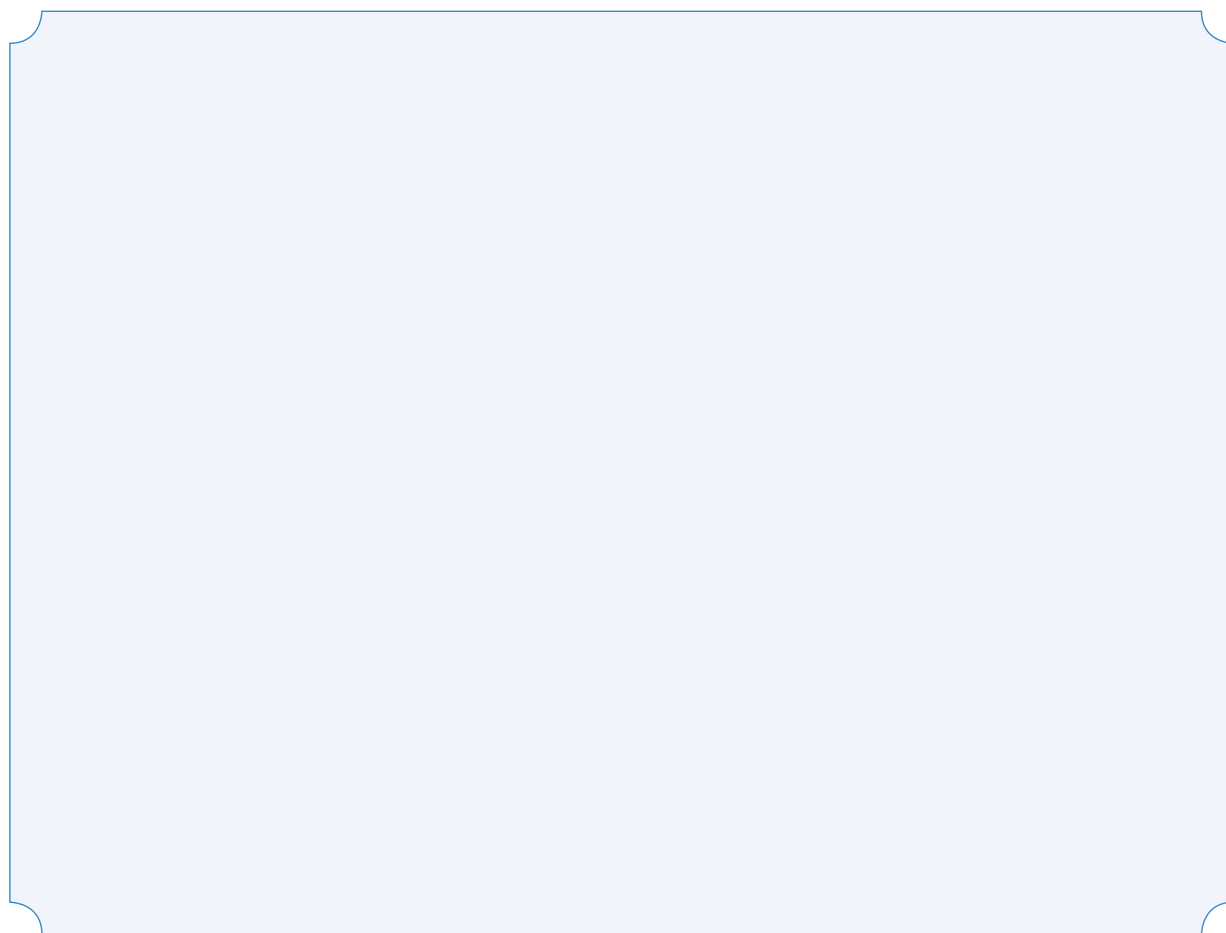
fuentes, la dialéctica hegeliana y la exposición de la revolución industrial, para realizar una genial síntesis de la teoría del valor, es decir, la transformación de la mercancía en dinero. El trabajo es la fuente de creación de valor, dicho por Ricardo (1959) y retomado por Marx (1976). Según esta teoría, el valor sólo existe objetivamente en forma de dinero.

Como apuntamos antes, la matemática financiera es una derivación de la matemática aplicada que estudia el valor del dinero en el tiempo, combinando el capital, la tasa y el tiempo para obtener un rendimiento o interés, a través de métodos de evaluación que permiten tomar decisiones de inversión. Llamada también análisis de inversiones, administración de inversiones o ingeniería económica, la matemática financiera se relaciona multidisciplinariamente con varias disciplinas. Contabilidad, derecho, economía, ciencias políticas, informática, finanzas, sociología e ingeniería.

Por todo ello, esta disciplina es eminentemente práctica y su estudio está íntimamente ligado a la solución de problemas.

### Actividad 1

Con base en nuestra experiencia educativa, mencionamos actividades que podemos plantear para la concretización de la Matemática Financiera en el aula.



## Lectura de trabajo 3

## El hombre que calculaba

Malba Tahan

Editorial Europa Ediciones/84-7514-120-X. Madrid. 1985

## CAPÍTULO 3

Singular aventura acerca de 35 camellos que debían ser repartidos entre tres árabes. Beremís Samir efectúa una división que parecía imposible, conformando plenamente a los tres querellantes. La ganancia inesperada que obtuvimos con la transacción.

Hacia pocas horas que viajábamos sin interrupción, cuando nos ocurrió una aventura digna de ser referida, en la cual mi compañero Beremís puso en práctica, con gran talento, sus habilidades de eximio algebrista.

Encontramos, cerca de una antigua posada medio abandonada, tres hombres que discutían acaloradamente al lado de un lote de camellos.

Furiosos se gritaban improperios y deseaban plagas:

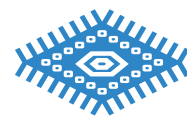
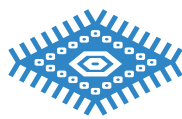
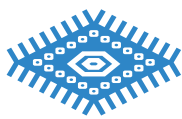
- ¡No puede ser!
- ¡Esto es un robo!
- ¡No acepto!

El inteligente Beremís trató de informarse de que se trataba.

- Somos hermanos –dijo el más viejo– y recibimos, como herencia, esos 35 camellos. Según la expresa voluntad de nuestro padre, debo yo recibir la mitad, mi hermano Hamed Namir una tercera parte, y Harim, el más joven, una novena parte. No sabemos sin embargo, como dividir de esa manera 35 camellos, y a cada división que uno propone protestan los otros dos, pues la mitad de 35 es 17 y medio ¿Cómo hallar la tercera parte y la novena parte de 35, si tampoco son exactas las divisiones?
- Es muy simple –respondió el “Hombre que calculaba”–. Me encargaré de hacer con justicia esa división si me permitís que junte a los 35 camellos de la herencia, este hermoso animal que hasta aquí nos trajo en buena hora.

Traté en ese momento de intervenir en la conversación:

- ¡No puedo consentir semejante locura! ¿Cómo podríamos dar término a nuestro viaje si nos quedáramos sin nuestro camello?
- No te preocupes del resultado “bagdalí” –replicó en voz baja Beremís–. Sé muy bien lo que estoy haciendo. Dame tu camello y verás, al fin, a que conclusión quiero llegar.



Fue tal la fe y la seguridad con que me habló, que no dudé más y le entregué mi hermoso “jamal”<sup>1</sup>, que inmediatamente juntó con los 35 camellos que allí estaban para ser repartidos entre los tres herederos.

- Voy, amigos míos –dijo dirigiéndose a los tres hermanos– a hacer una división exacta de los camellos, que ahora son 36.

Y volviéndose al más viejo de los hermanos, así le habló:

- Debías recibir, amigo mío, la mitad de 35, o sea 17 y medio. Recibirás en cambio la mitad de 36, o sea, 18. Nada tienes que reclamar, pues es bien claro que sales ganando con esta división.

Dirigiéndose al segundo heredero continuó:

- Tú, Hamed Namir, debías recibir un tercio de 35, o sea, 11 camellos y pico. Vas a recibir un tercio de 36, o sea 12. No podrás protestar, porque también es evidente que ganas en el cambio.

Y dijo, por fin, al más joven:

- A ti, joven Harim Namir, que según voluntad de tu padre debías recibir una novena parte de 35, o sea, 3 camellos y parte de otro, te daré una novena parte de 36, es decir, 4, y tu ganancia será también evidente, por lo cual sólo te resta agradecerme el resultado.

Luego continuó diciendo:

- Por esta ventajosa división que ha favorecido a todos vosotros, tocarán 18 camellos al primero, 12 al segundo y 4 al tercero, lo que da un resultado  $(18 + 12 + 4)$  de 34 camellos. De los 36 camellos sobran, por lo tanto, dos. Uno pertenece, como saben, a mi amigo el “bagdalí” y el otro me toca a mí, por derecho, y por haber resuelto a satisfacción de todos, el difícil problema de la herencia<sup>2</sup>.
- ¡Sois inteligente, extranjero! –exclamó el más viejo de los tres hermanos.
- Aceptamos vuestro reparto en la seguridad de que fue hecho con justicia y equidad.

El astuto beremís - el “Hombre que calculaba”- tomó luego posesión de uno de los más hermosos “jamales” del grupo y me dijo, entregándome por la rienda el animal que me pertenecía:

- Podrás ahora, amigo, continuar tu viaje en tu manso y seguro camello. Tengo ahora yo, uno solamente para mí.

Y continuamos nuestra jornada hacia Bagdad.

1 Jamal – una de las muchas denominaciones que los árabes dan a los camellos.

2 Este curioso resultado proviene de ser la suma



**Actividad 1**

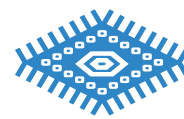
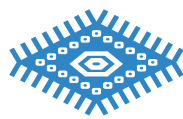
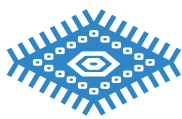
Reflexionando en ambiente comunitario, elaboramos situaciones o problemas de cálculo que se pueden concretizar en el aula, integrando la aritmética y el álgebra a las situaciones de la vida cotidiana.

**TEMA 3: Matemática, Ciencia y Tecnología**

Desde nuestra propia experiencia respondemos individualmente las siguientes preguntas problematizadoras, orientadas al análisis y reflexión.

**Preguntas Problematicadoras**

¿Cómo relacionamos la matemática con las necesidades, potencialidades, vocaciones científicas y tecnológicas de la sociedad en comunidad?

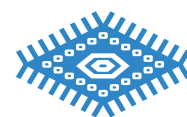
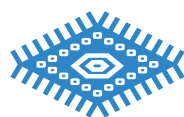
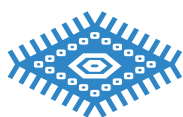
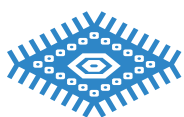


¿Cómo planteamos y desarrollamos procesos de modelización matemática relacionados a las diferentes actividades de producción?

### Actividad 1

En el grupo de trabajo socializamos, consensuamos y registramos las respuestas más pertinentes que se orientan a comprender la matemática y su incidencia en el desarrollo de la Ciencia, Tecnología y Producción con pertinencia.

| RESPUESTA CONSENSUADA 1 | RESPUESTA CONSENSUADA 2 | RESPUESTA CONSENSUADA 3 |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
|                         |                         |                         |



## Lectura de trabajo 1

## Esencia y papel multidisciplinar de la Matemática

*Juan Luis Velásquez. Departamento de Matemáticas. Universidad Autónoma de Madrid*

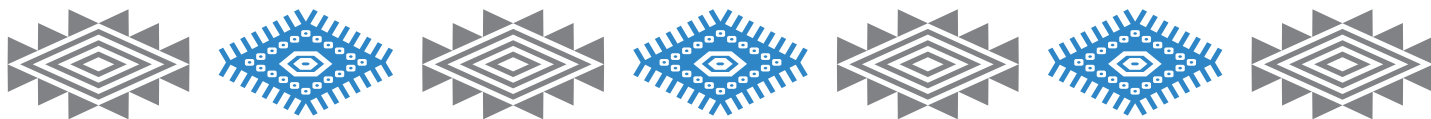
Los matemáticos suelen decir que la esencia de la Matemática está en la belleza de los números, figuras y relaciones, y hay una gran verdad en eso. Pero la fuerza motriz de la innovación matemática en los siglos pasados ha sido el deseo de entender cómo funciona la Naturaleza. Este aspecto es pocas veces mencionado.

Las matemáticas son, por una parte, una disciplina intelectual autónoma, uno de los más claros exponentes de la capacidad creativa de la mente humana. Al tiempo, han jugado un papel fundamental en la ciencia moderna y han influido en ella y han sido influidas por ella en forma esencial. Las matemáticas forman, junto con el método experimental, el esquema conceptual en que se basa la ciencia moderna y en el que se apoya la tecnología, con íntimas interacciones entre sí. Sobre estas bases se gestó hace casi cuatro siglos la sociedad industrial y se construye en el presente la naciente sociedad de la información.

He aquí planteadas muy brevemente dos concepciones que simbolizan distintas maneras de ver el gran edificio que son hoy día las matemáticas. Estas opciones se reflejan en las denominaciones de Matemática Pura y Aplicada. Pero entonces, es que existen dos Matemáticas diferentes? De ser ello cierto, ¿pueden existir o existen de hecho una sin la otra? En el presente artículo veremos que hoy como ayer ambas son caras de la misma moneda, a veces tan distintas, a veces tan semejantes. Vayamos por partes pues la cuestión interesa a la ciudadanía y el caos es notable.

Una primera dimensión de las matemáticas es en efecto el aspecto puro, interno o íntimo. Es natural que los matemáticos profesionales tiendan a ver el conjunto desde el punto de vista del edificio en sí mismo, con sus postulados, conjeturas, lemas y teoremas, con sus intuiciones y sus métodos de demostración, con sus componentes seculares: aritmética, álgebra, geometría y análisis, y los nuevos retoños como: la estadística, cálculo de probabilidades, lógica matemática, computación, ...Más aun, la matemática es un arte que aspira a hallar y manifestar la belleza que le incumbe en forma de axiomas, teoremas y relaciones lógicas o numéricas; ella atrae al investigador por su perfección lógica, por ser una de las muestras más claras de la capacidad analítica de la razón humana, por imponer orden y Armonía en lo que se nos aparecía como caos.

Esta es la dimensión más próxima al investigador y tiene como todo arte puro una fascinación que hace que los profesionales le dediquen una parte enorme y exclusiva de sus vidas. Grandes sabios han visto incluso en las matemáticas un mundo de orden más perfecto que el mundo físico de todos los días, desde Pitágoras y Platón a Gauss. En sus fabulosos 13 libros de Los Elementos, Euclides de Alejandría (325-265 a.C.) estableció a la vez la teoría y las reglas de un juego que sigue sus pautas hoy como hace 22 siglos.



Es este el cuadro completo de la Matemática? Para muchos sí. Para nosotros en absoluto, pues, gracias a Dios, la Matemática es mucho más, hay un modo totalmente distinto de verla y de hacerla que queremos presentar. Junto al método experimental son la base sobre la que se ha edificado la ciencia moderna y, en consecuencia, el desarrollo tecnológico. Empapan hoy día todos los aspectos de la sociedad contemporánea, desde la ingeniería, las finanzas las tecnologías de información y otros, sin olvidar el movimiento de las disciplinas sociales hacia el estatus de ciencias, que en otras palabras y con las debidas salvedades quiere decir el uso en estas disciplinas del método matemático. La Importancia practica de la matemática en la ciencia es indiscutible e indiscutida a un cierto nivel, pues los protagonistas de la aventura científica tienen pocas dudas del valor instrumental de algunas matemáticas. Una parte cuantitativamente muy importante de las matemáticas que se enseñan en nuestro país en las universidades está destinada a la formación de ingenieros, físicos, químicos, informáticos, economistas y profesionales de otras varias disciplinas. En realidad el papel “aplicado” de las matemáticas va mucho más allá, es más esencial. En efecto:

- a) las matemáticas han jugado desde el principio un papel fundamental en la formulación de la ciencia moderna; una teoría científica es una teoría que dispone de un modelo matemático adecuado.
- b) las matemáticas que se pueden aplicar hoy día abarcan todos los campos de la ciencia matemática y no algunos especiales; se trata de matemáticas de todos los niveles de dificultad y no solo de resultados y argumentos sencillos.
- c) las ciencias exigen hoy como ayer nuevos resultados de la investigación y plantean nuevas direcciones a esta, pero el ritmo de la sociedad contemporánea hace los plazos sustancialmente más cortos y la exigencia más urgente.

En este artículo nos ocuparemos de exponer este aspecto en el que la matemática es el lenguaje que se escriben las páginas de la ciencia y gracias al desarrollo del combinado ciencia y la tecnología que ha cambiado la vida de los ciudadanos de las. Pues detrás de la práctica diaria de las ciencias físicas y las ingenierías hay enormes cantidades de matemáticas no elementales; más aún, los conceptos en que se basan las teorías correspondientes son esencialmente conceptos matemáticos. En los últimos decenios hemos visto la matematización llegar a otras disciplinas, como la economía, muy especialmente el mercado financiero, ramas de la química, la biología y la medicina, y hasta las ciencias sociales. En manos del científico la matemática ha de permitir comprender a los fenómenos naturales y sociales.

Esta visión es lo que a falta de un nombre mejor llamamos Matemática Aplicada, como un enfoque que cubre a las áreas productivas, clásicas y los métodos, que tiene hoy día espacios más amplios con el advenimiento de la computación científica y la simulación numérica y la recuperación de los saberes y conocimientos de nuestros pueblos. Señalemos que hay aun otras visiones complementarias de las matemáticas tanto en lo instrumental y filosófico, es decir en su aspecto cultural, su importancia en la enseñanza del pensamiento lógico, su importancia para comprender la realidad (las “matemáticas desde la vida, en la vida para vivir bien).

La matemática es la ciencia del pensamiento lógico concreto, abstracto y simbólico. Es también hoy día sinónimo de vultuosidad computacional, de capacidad y efectividad para





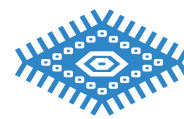
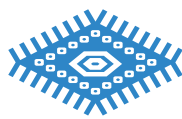
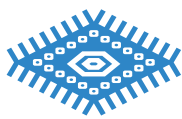
procesar información, tan importante en el mundo que se gesta. Es por un lado el científico que trabaja con un trozo de papel y por otro el mundo de la modelización, cálculo y control de procesos de producción.

### Matemática, ciencia y tecnología

Tres siglos transcurrieron para llenar una parte de ese océano de verdad, ciencia y matemáticas. Con teorías, razonamientos y experimentos han avanzado con base a la Revolución Industrial; la sociedad del siglo XX ha cambiado respecto al siglo XVII mas radicalmente de lo que había sucedido en los últimos miles de años, desde el advenimiento de las grandes civilizaciones agrícolas: las comodidades de la casa, el transporte, las comunicaciones, la salud del hombre actual reposan sobre bases desconocidas para el hombre del siglo XXVII. Empezando por G.W. Leibniz, gran filósofo y rival de Newton en la célebre y un poco triste “disputa del cálculo”, una serie de brillantes matemáticos (Diríamos fisicomatemáticos, como la familia Bernoulli, Euler, D’Alembert...) explotaran las potencialidades del nuevo cálculo y formularan toda clase de problemas de la mecánica: problemas de tiro, de caída de cuerpos, de movimiento de fluidos, de vibraciones mecánicas, problemas de minimización y otros.

### Actividad 1

En grupos comentamos y registramos en el recuadro la importancia de la Aritmética en su carácter multidisciplinario.



## Lectura de trabajo 2

### ¿Para qué sirve la Matemática en la vida cotidiana?

*Autoras y autores: Encinas Dueñas, M<sup>a</sup> Consolación, Jiménez Budia, M<sup>a</sup> del Rosario, Moreno Sandoval, Francisca, Quero Guerra, Eva M<sup>a</sup>, Sánchez Moreno, Máxima. Universidad de Córdoba. Psicopedagogía.*

Es evidente que los niños consideran como dos campos distintos e inconexos: las matemáticas escolares, entendidas de forma científica, y las matemáticas de la vida cotidiana.

Algunos contenidos matemáticos son reconocidos fácilmente aplicados a la práctica, mientras que otros se prestan menos al reconocimiento o toma de conciencia.

La motivación es mayor si les encuentran funcionalidad a los contenidos matemáticos en su contexto inmediato. Por lo tanto, sería recomendable crear en los niños la necesidad de acudir a la matemática para encontrar solución a los problemas cotidianos.

Sería necesario replantear la secuenciación de los contenidos matemáticos en función de la realidad y características contextuales. Evitando la parcelación en cuanto a su tratamiento y apostando por su encadenamiento significativo (es decir, unos contenidos lleven a otros, se parta de lo asimilado por los niños antes de comenzar a trabajar un nuevo aspecto matemático,...). Todas estas ideas van a repercutir en la práctica educativa.

Al respecto otros autores aportan interesantes reflexiones sobre el tema que nos ocupa: Kamil, por ejemplo, exalta la necesidad de aportar conocimientos sobre la realidad a partir de la cual el niño construirá su conocimiento, estableciéndose necesario modificar la planificación de un día típico en el por qué y en el cómo, haciendo hincapié en las actividades de conocimiento físico y en los juegos de grupo.

Vasco distingue que el fallo de la matemática moderna se debe a la falta de similitud entre el sistema conceptual de los profesores y el de los autores de los libros de texto, y el sistema conceptual de los niños. Hecho que contradice lo que la LOGSE (1/1990 del 3 de Octubre) regula; promulgando que “el área de matemáticas acoge un valor funcional como conjunto de procedimientos para resolver problemas en diversos campos, para poner de relieve aspectos y relaciones de la realidad y para anticipar y predecir hechos y situaciones o resultados antes de que se produzcan o se observen”.

Podemos destacar la línea común de todas estas aportaciones: la necesidad de facilitar la relación entre matemáticas escolares y cotidianas.

Si existen, pero...

Cuando seamos capaces de construir un puente entre las matemáticas y la vida diaria conseguiremos ser conscientes de esta existencia.



Algunas de las vías para llegar a esta construcción son, entre otras: técnica role playa: dramatizaciones en clase de situaciones de la vida cotidiana en las que sea necesaria la práctica matemática.

Responsabilidades matemáticas: administración de materia, creación de comisiones para reparto de tareas, gestión para viaje de fin de curso,...

Partir de las aportaciones que hacen los niños de como relacionan las matemáticas de la vida cotidiana en la escuela.

Abogar por este puente es una necesidad de nuestros días donde los niños cada vez se sienten menos motivados por el área de matemáticas.

### Lectura de trabajo 3

#### De lo real a lo formal en Matemática

*Darwin Jesús Silva Alayón Universidad Pedagógica Experimental Libertador Instituto Pedagógico de Caracas  
República Bolivariana de Venezuela*

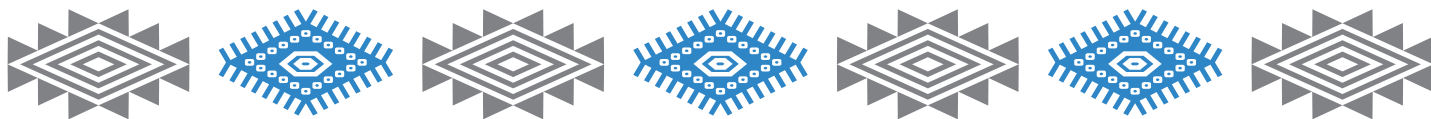
Es impostergable el desarrollo de una educación matemática vinculada a las realidades de nuestra patria latinoamericana. Para ello, se hace necesario superar la enseñanza basada exclusivamente en pasos y algoritmos completamente descontextualizados y, avanzar hacia la producción de ideas matemáticas basadas en el estudio de fenómenos naturales o sociales, donde la capacidad de abstracción es necesaria pero sin perder jamás de vista la tierra firme.

La matemática, con sus conceptos, procedimientos, técnicas y representaciones, aporta elementos para la comprensión y la transformación de la realidad, mientras que esta misma realidad, a su vez, ofrece fenómenos naturales y sociales que permiten la producción de ideas matemáticas.

El proceso de enseñar y aprender matemática debe fundarse en metodologías formativas con base en la realidad experimental de la vida escolar y comunitaria, donde se promueva el trabajo cooperativo y en equipo, se favorezca el desarrollo de capacidades para la resolución de problemas, se impulse la concepción interdisciplinar de las ciencias, se vincule el aprendizaje con los medios de producción material y se potencie la integración afectiva y social de los responsables. Apoyados en lo anterior y convencidos como estamos de que la educación venezolana debe ser transformada, presentamos nuestro trabajo, el cual esperamos sea de utilidad para nuestras (os) compañeras(os) docentes de matemática interesadas(os) en comprender y cambiar el estado actual de la educación matemática en nuestros países latinoamericanos.

#### Educación, matemática y sociedad

¿"Por qué" y "para qué" debe educarse a los habitantes de una nación?, ¿será acaso para domesticarlos y hacerlos cumplir, de manera irreflexiva, cada una de las ordenes de la clase



dominante?, ¿tiene sentido un proceso educativo apartado de la vida, centrado en la palabra sin sentido y preocupado, casi exclusivamente, por los procesos económicos?, ¿podemos construir una patria verdaderamente democrática con una educación no acostumbrada al diálogo, apartada de la investigación y sin amor por el estudio?

Las preguntas anteriores no son de sencillo abordaje, ante todo porque las respuestas que se puede ofrecer son muchas. Por lo tanto, en las líneas siguientes presentaremos lo mencionado en distintas fuentes sobre los puntos centrales de las interrogantes anteriores.

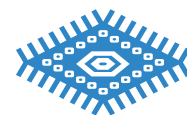
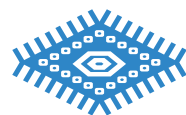
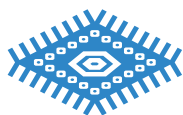
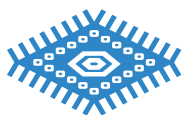
La educación debe permitir que el hombre y la mujer participen en los procesos de transformación social; dichas transformaciones deben siempre responder a los intereses de las mayorías y nunca a los de las clases económicamente dominantes e históricamente opresoras, pero sin dejar de reconocer los derechos que los miembros de estas ostentan como seres humanos. Para ello, es necesario avanzar hacia la formación de un ser crítico y apto para convivir en una sociedad democrática; para Skovsmose (1999: 16) “ser crítico significa prestarle atención a una situación crítica, identificarla, tratar de captarla, comprenderla y reaccionar frente a ella”. Ser crítico se refiere en parte a ser analítico ante cualquier situación, pero además, la idea de crítica está enmarcada en la necesidad de producir cambios y esclarecer las contradicciones presentes en nuestras sociedades. Skovsmose (1999: 11) afirma que “mientras crítica y educación se mantengan separadas, la segunda fácilmente puede tomar la forma de una entrega de información, o la función de socializar a la juventud dentro de la cultura existente”.

La educación debe ser el proceso mediante el cual el individuo aprenda y comprenda los valores y tradiciones de su cultura, para comprender su sociedad y ser capaz de transformarla. De acuerdo con Barreiro (1975, citado en Freire, 1975: 14), “la alfabetización, y por ende toda la tarea de educar, sólo será auténticamente humanista en la medida en que procure la integración del individuo a su realidad nacional, en la medida en que le pierda miedo a la libertad, en la medida en que pueda crear en el educando un proceso de recreación, de búsqueda, de independencia y, a la vez, de solidaridad”.

La educación debe contribuir a alcanzar una sociedad más democrática y participativa, donde cada persona encuentre las condiciones y oportunidades para su liberación. La escuela tiene que enseñar a los estudiantes a practicar, apreciar y defender valores básicos como el amor patrio, la equidad, la democracia, la fraternidad y la tolerancia.

Según Freire (1975: 92), “la democracia y la educación democrática se fundan en la creencia del hombre, en la creencia de que ellas no sólo pueden sino que deben discutir sus problemas, el problema de su país, de su continente, del mundo, los problemas de su trabajo, los problemas de la propia democracia”.

La escuela no puede continuar “maravillada por la sonoridad de la palabra, por la memorización de los fragmentos, por la desvinculación de la realidad, por la tendencia a reducir los medios de aprendizaje a formas meramente nacionales” (:57), lo cual sin duda no es más que una posición ingenua de nuestras sociedades latinoamericanas.



El ciudadano común debe ser capaz de comprender, analizar, utilizar y transformar el orden económico, cultural, social, político, ambiental, científico y tecnológico imperante en su sociedad. Pero esto es imposible si la ciencia en general y la matemática en particular, son vistas solamente como un conjunto de ejecuciones aisladas, donde en muchos casos no se ofrece ninguna imagen, ni siquiera parcial o limitada, del mundo.

Es necesario que nuestros estudiantes al, estudiar matemáticas, sientan que están estudiando un mundo real, donde los fenómenos sociales, políticos, económicos y culturales son considerados al momento de indagar, experimentar, errar, discutir, maravillar, dudar, crear, aplicar, generalizar, abstraer y formalizar.

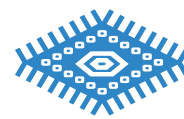
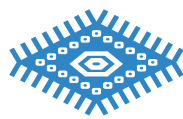
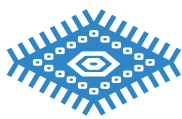
Es importante que los(as) alumnos(as) y también los(as) profesores(as) reconozcan que el conocimiento matemático se puede producir a partir de actos creativos e imaginativos, vinculados con métodos de búsqueda científica. Según De Guzmán (1993: 6), “la matemática es, sobre todo, saber hacer, es una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido”; esta afirmación permite vincular la enseñanza de la matemática a la resolución de problemas, los cuales deben tener como contexto el mundo político, económico y social en el cual están inmersos los y las estudiantes.

El proceso de aprender y enseñar matemáticas debe estar vinculado a la vida cotidiana de los actores del proceso, lo que significa que la matemática debe estar al servicio del entorno cultural, social, político, económico y natural. “... los problemas del mundo real serán usados para desarrollar conceptos matemáticos..., luego habrá ocasión de abstraer, a diferentes niveles, de formalizar y generalizar... y volver a aplicar lo aprendido..., y reinventar la matemática” (De Lange, 1986, citado en Alsina s/f: 8).

Una educación matemática vinculada a la realidad, es sin duda una tarea interesante y compleja. El método de proyectos y la modelación son dos importantes concepciones didácticas que hacen viable el binomio matemática-realidad.

### Actividad 1

Cada participante del grupo describe desde su experiencia de la concreción aritmética en la actividad comercial, social, política y otros.



## Lectura de trabajo 4

### “Modelización Matemática”

*Ríos Sixto*

Un modelo matemático se define como una descripción desde el punto de vista de las matemáticas de un hecho o fenómeno del mundo real, desde el tamaño de la población, hasta fenómenos físicos como la velocidad, aceleración o densidad. El objetivo del modelo matemático es entender ampliamente el fenómeno y tal vez predecir su comportamiento en el futuro.

El proceso para elaborar un modelo matemático es el siguiente:

1. Encontrar un problema del mundo real.
2. Formular un modelo matemático acerca del problema, identificando variables (de pendientes e independientes) y estableciendo hipótesis lo suficientemente simples para tratarse de manera matemática.
3. Aplicar los conocimientos matemáticos que se posee para llegar a conclusiones matemáticas.
4. Comparar los datos obtenidos como predicciones con datos reales. Si los datos son diferentes, se reinicia el proceso.

Es importante mencionar que un modelo matemático no es completamente exacto con problemas de la vida real, de hecho, se trata de una idealización.

Hay una gran cantidad de funciones que representan relaciones observadas en el mundo real; las cuales se analizarán en los párrafos siguientes, tanto algebraicamente como gráficamente.

#### ¿Qué es un modelo matemático?

Es una representación de la realidad, una expresión simplificada y generalizada de las características de una situación, fenómeno, objeto y sistema del mundo real. Es una abstracción de la realidad la cual se expresa mediante palabras, números, símbolos especiales, diagramas, íconos, gráficas y semejanzas en cuanto a apariencias o comportamiento entre modelo y la realidad modelada, y se emplea para obtener una imagen conceptual que reduzca la variedad y la complejidad del mundo real a un nivel que podamos entender y especificar.

#### ¿Qué es modelización?

Concretamente la modelización es un proceso mental que conduce a convertir un problema opaco de la realidad en un problema clarificado matemático, de modo que resolviendo éste se consiga una solución o al menos un buen conocimiento del primero. La modelización es una nueva visión de la matemática ligada a la vida cotidiana y con más énfasis en el significado que en las técnicas. La humanidad hace tiempo que busca, mejores maneras de realizar las tareas cotidianas de la vida. A lo largo de la historia de la humanidad, se puede observar a

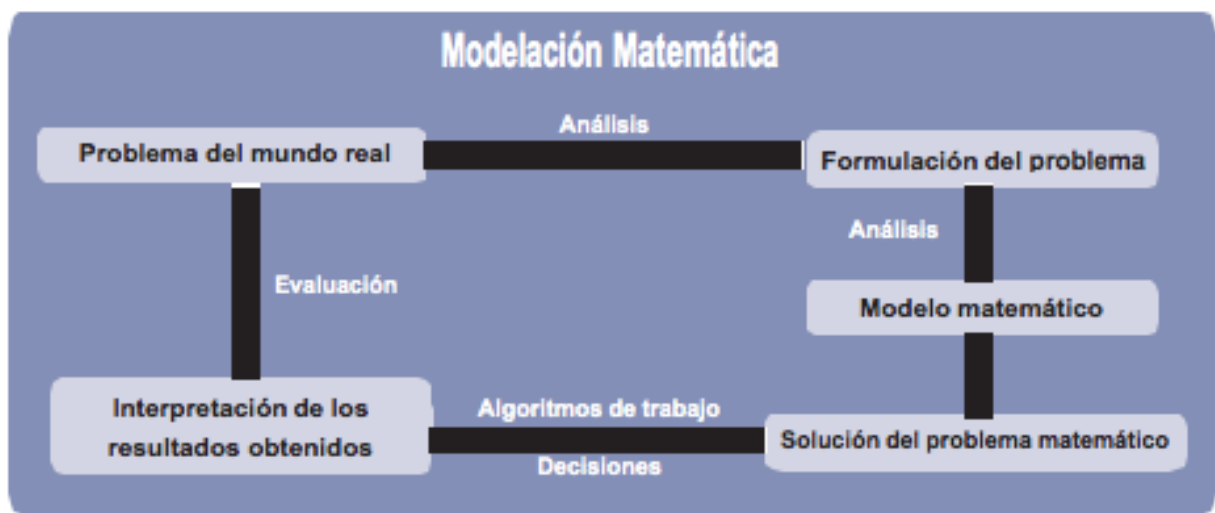


la larga búsqueda de fuentes más efectivas de alimentos al comienzo y luego de materiales, energía y manejo del entorno físico. Sin embargo relativamente tarde en la historia de la humanidad comenzaron a formularse ciertas clases de preguntas generales de manera cuantitativa, primero en palabras y después en notaciones simbólicas. Un aspecto predominante de estas preguntas generales era la búsqueda de “lo mejor” o “lo óptimo”.

### Modelación matemática

*D' Ambrosio (1985)*

Una forma de esquematizar el proceso de modelación planteado por D' Ambrosio (1985), se puede evidenciar en el gráfico que presentamos a continuación:

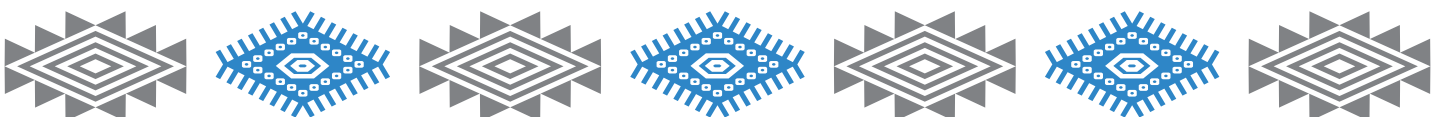


FUENTE: D'Ambrosio (1985)

El esquema expuesto en este gráfico está diseñado de tal manera que se comience con un problema que provenga de la realidad. La experiencia educativa de un(a) alumno(a) estará incompleta mientras no tenga ocasión de resolver problemas que estén vinculados con su localidad, región o país y que, además, sean de interés para la comunidad. En un primer momento, es normal que exista un enunciado vago de lo que se quiere, será a partir del análisis y de la investigación de los elementos vinculados con la situación real que se enunciará el problema con todo detalle.

Las situaciones realistas deben contener informaciones ricas en contenidos para las y los estudiantes, incluir diversas interrogantes, incorporar diferentes áreas del conocimiento científico y permitir el tratamiento de amplios y variados contenidos matemáticos.

Las situaciones problemáticas prácticas tomadas de la realidad siempre deben ser mostradas en forma de tareas verbales.





Los estudiantes deben construir el modelo matemático de la tarea expresada de forma verbal. No es lo mismo contar desde el principio con el modelo, que elaborarlo. La misión de construcción no es sencilla. En este momento, lo que se realiza es la sustitución de palabras por símbolos propios de la especificidad matemática (ecuaciones, inecuaciones, relaciones, funciones, etc.). Fortuny y Gómez (2002: 9) mencionan al respecto lo siguiente: “De esta forma se consigue una formulación matemática del problema y, de una manera natural, se establece el problema en términos matemáticos”.

Normalmente, los estudiantes tienen problemas para resolver modelos matemáticos (Fortuny y Gómez, 2002; Orellana, 2004). Es preciso resolver el modelo usando las herramientas adecuadas. Por ello, es importante autoregular y controlar las decisiones globales referidas a la implementación de recursos y estrategias.

Resulta importante que el estudiante se dé cuenta de que, para llegar a resolver un problema usual de su ámbito social, necesita del aprendizaje de conceptos, términos, definiciones, procedimientos y algoritmos propios del saber matemático que proporcionen respuestas al modelo establecido. “De esta manera, el alumno alcanza un grado fuertemente elevado de interés por el aprendizaje de las matemáticas, ya que visualiza su utilidad” (Fortuny y Gómez, 2002:

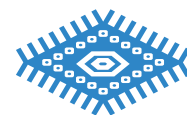
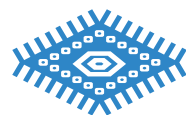
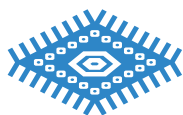
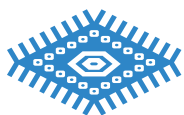
9). Un estudiante motivado estará en condiciones de empezar a desarrollar su independencia cognitiva. Es importante acotar que, en este trabajo, el desarrollo de procesos mentales es entendido principal, aunque no exclusivamente, como un medio para la comprensión y transformación de las estructuras sociales en crisis.

Por último, es necesario interpretar y reescribir los resultados numéricos obtenidos en términos del problema propuesto y, también, saber escoger, si hay diferentes soluciones, la más adecuada al problema real inicial.

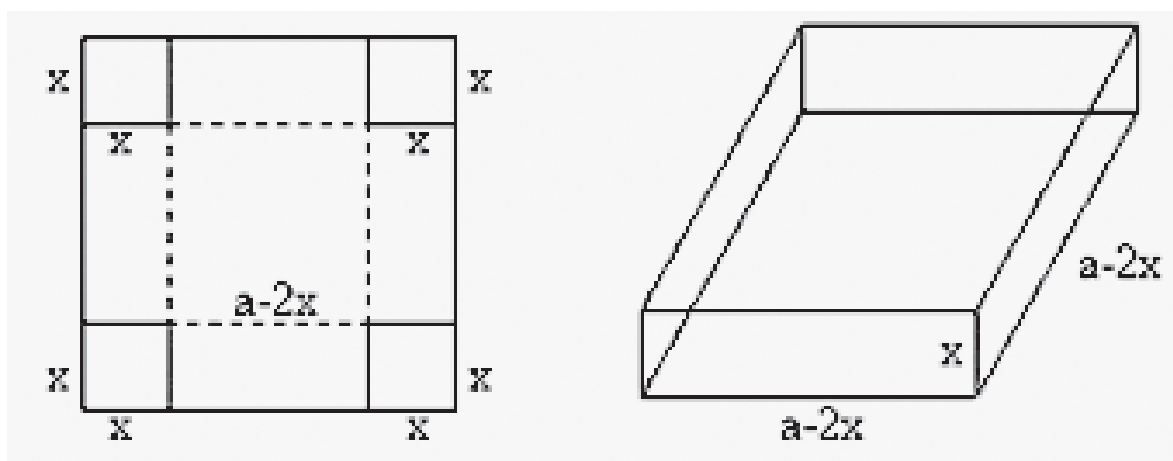
### Modelización y resolución de problemas

El dar un papel primordial a la resolución de problemas y a la actividad de modelización tiene importantes repercusiones desde el punto de vista educativo. Sería cuanto menos contradictorio con la génesis histórica de las matemáticas, al igual que con sus aplicaciones actuales, presentar las matemáticas a los alumnos como algo cerrado, completo y alejado de la realidad. Debe tenerse en cuenta, por una parte, que determinados conocimientos matemáticos permiten modelizar y resolver problemas de otros campos y por otra, que a menudo estos problemas no estrictamente matemáticos en su origen proporciona la base intuitiva sobre la que se elaboran nuevos conocimientos matemáticos. J. D. Godino, C. Batanero y V. Font

1. Se dispone de una cartulina cuadrada de lado  $a$  y se quiere hacer una caja sin tapa recortando cuadrados iguales en las esquinas y doblando sus lados (Ver fig.). Exprese el volumen de la caja en función del lado del cuadrado recortado.





**Solución.**

Volumen de la caja = Área de la base  $\times$  altura

$$V(x) = (a - 2x)2 \cdot x$$

$$V(x) = 4x^3 - 4ax^2 + a2x;$$

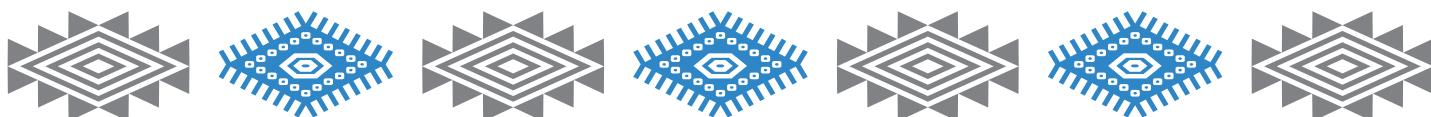
Desde el punto de vista de la enseñanza de las matemáticas, las reflexiones anteriores deben concretarse a la edad y conocimientos de los alumnos. No podemos proponer los mismos problemas a un matemático, a un adulto, a un adolescente o a un niño, porque sus necesidades son diferentes.

Hay que tener claro que la realidad de los alumnos incluye su propia percepción del entorno físico y social y componentes imaginadas y lúdicas que despiertan su interés en mayor medida que pueden hacerlo las situaciones reales que interesan al adulto.

En consecuencia, la activación del conocimiento matemático mediante la resolución de problemas reales no se consigue trasvasando de forma mecánica situaciones “reales”, aunque sean muy pertinentes y significativas para el adulto, ya que éstas pueden no interesar a los alumnos.

**Actividad A**

En base a la lectura anterior, cada participante del grupo menciona una experiencia práctica de modelización para mostrar que la matemática es aplicable en la vida real.



## MOMENTO 2

### SESIONES DE CONSTRUCCIÓN CRÍTICA Y CONCRECIÓN EDUCATIVA (138 Horas)

En este momento de formación es importante trabajar en las Comunidades de Producción y Transformación Educativa (CPTes). A él corresponden las actividades de Formación Comunitaria, de Autoformación y las de Concreción educativa.

#### I. ACTIVIDADES DE AUTOFORMACIÓN

En la autoformación cada maestra o maestro desarrolla procesos de reflexión sobre su formación. Se sugiere realizar acciones que vayan en favor de ese cometido; para ello, se toman las lecturas complementarias orientadas a los tres temas tratados en la presente, se sugiere una actividad (compilar material bibliográfico para el Área), una lectura obligatoria y sobre ellos se proponen desarrollar varias actividades:

##### Lectura obligatoria del Área:

##### “El hombre que calculaba”

*Malba Tahan. Editorial Europa Ediciones/84-7514-120-X. Madrid. 1985*

##### Lecturas complementarias al tema 1.

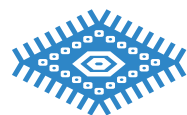
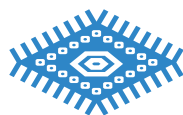
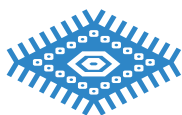
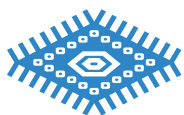
#### Los conocimientos matemáticos en las culturas indígenas Comunidad, Escuela y Currículo

*Autor: Luis Montaluisa Ch.*

*Material de apoyo para la formación docente en educación intercultural bilingüe Santiago de Chile, 1988. UNESCO, 1993 la Paz, Bolivia*

Las primeras ideas desarrolladas en el campo matemático han sido la cantidad, la proporción, la agrupación, el aumento, la disminución, la repetición, la distribución. A partir de ellas, se han tomado las medidas del tiempo, del espacio y de la masa.

Según las circunstancias que le ha tocado vivir, cada cultura, hemos ido creando términos para designar estos elementos de las matemáticas. Como ejemplo de la manera específica de organizar las cantidades, se analizará el sistema de numeración o la forma de numerar de algunas culturas. Ello mostrará que algunos pueblos sólo han requerido contar hasta veinte o menos, mientras que otros han llegado hasta millones.



Después, se presentarán algunos instrumentos utilizados por los indígenas para el cálculo, la manera de calcular de los analfabetos y el reto que representa la enseñanza de las matemáticas en la educación bilingüe.

### Sistemas de numeración

Toda cultura ha desarrollado un sistema para cuantificar y medir los elementos importantes para ella.

En lo que respecta a los números, los pueblos indígenas han elaborado sus sistemas de numeración desde tiempos muy antiguos. Para ello, han creado palabras para cada número, o se han ayudado con las manos, con los pies y con el concepto de “veces”.

Hay culturas que han tenido un sistema numérico de base 10 (decimal) como la quechua; otras que han tenido un sistema de base 20 (vigesimal), como la maya; otras que han combinado varios sistemas tomando como referencia el cuerpo humano.

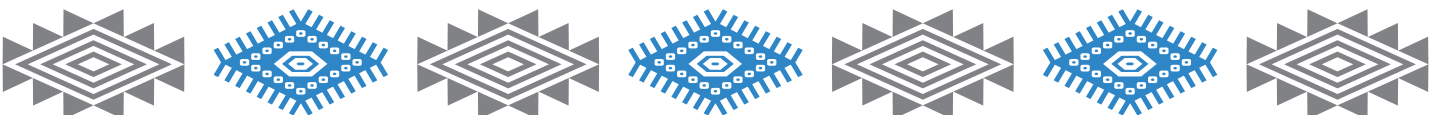
Es muy importante empezar a reflexionar cómo los números se expresan en la lengua, para descubrir el sistema que los sustenta y así desarrollar un programa de enseñanza de las matemáticas más adecuado.

Para ampliar la visión sobre las diferentes maneras de numeración, se darán a continuación varios ejemplos extraídos de diferentes culturas.

Empezaremos con los números de 1 a 10 en la lengua candoshi, pueblo indígena de la Amazonia peruana, en la lengua quechua del Ecuador y en castellano.

| CANDOSHI                | QUECHUA (Ecuador) | CASTELLANO |
|-------------------------|-------------------|------------|
| 1 minamta               | shuc              | uno        |
| 2 tsibono               | ishcai            | dos        |
| 3 tochpa                | quimsa            | tres       |
| 4 iponponaro            | chuscu            | cuatro     |
| 5 zamatpata             | pichca            | cinco      |
| 6 minammatayaro         | sucta             | Seis       |
| 7 tsibonmatayaro        | canchis           | siete      |
| 8 tochipmatayaro        | pusac             | ocho       |
| 9 iponponaromatayaro    | iscun             | nueve      |
| 10 chunka o koviziptaro | chunca            | diez       |

Si analizamos los números de 1 a 10 de cada lengua, podemos notar lo siguiente: el quechua y el castellano tienen una palabra diferente para cada número, mientras que el candoshi llega hasta 5, después vuelve a repetir los números 1 - 2 - 3 - 4 añadiendo la palabra matayaro.



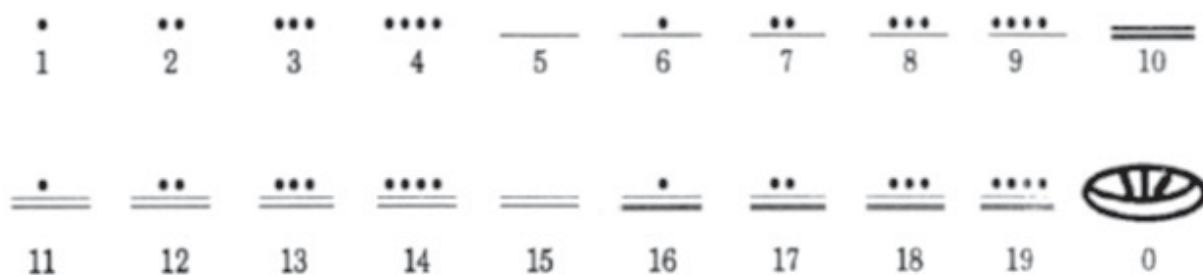
También se observa que el candoshi utiliza para el número 10 un préstamo de la lengua quechua, u otra expresión que significa “con todos los dedos de las manos”.

La numeración maya es un sistema vigesimal<sup>1</sup>, cuya base se refiere al mismo hombre. El número veinte resulta del conteo de los 20 dedos que tiene el hombre; podemos decir entonces, que es la base científica de la numeración maya, porque en la mayoría de los idiomas mayas, hombre se dice winaq y el número veinte se dice winaq también.

En maya se usan tres signos:

- El punto ( . ) significa la cabeza del hombre, cuyo valor numérico es: 1
- El cero significa el tronco, siendo el centro el ombligo. Su valor numérico es: cero
- El guión ( - ) significa las extremidades del hombre. Su valor numérico es: 5
- En la numeración maya se hace uso de la posición para el valor relativo.

De allí que tenemos unidades, veintenas, cuatro centenas, la escala de 8.000 etc. Las unidades son:



Como podemos notar, la lengua aimara, presente en Bolivia, Perú y Chile, presenta algunos términos que son similares a los del quechua (tres, cinco, seis y diez).

| AYMARA (Bolivia) | QUECHUA (Bolivia) | WAO (Ecuador)      | CHACHI (Ecuador) |
|------------------|-------------------|--------------------|------------------|
| 1 maya           | uj                | Aruke              | Main             |
| 2 paya           | iskay             | mea                | Pallu            |
| 3 kimsa          | kinsa             | Meagoaruke         | Pema             |
| 4 pusi           | tawa              | Meagomea           | taapallu         |
| 5 phisqa         | phishqa           | Emenpuke           | manda            |
| 6 suxta          | suqta             | Emenpukegoaruke    | manchismain      |
| 7 paqallqu       | qanchis           | Emenpukegomea      | manchispallu     |
| 8 kimsaqallqu    | pusaq             | emenpukemeagoaruke | manchispema      |
| 9 11atanka       | jisq'un           | Emenpukemeagomea   | manchistaapallu  |
| 10 tunka         | chunka            | Tipenpuke          | Paitya           |



Otra particularidad de esta lengua es que el siete y el ocho están formados en base a los números dos y tres (pa y kinsa) seguidos por la palabra qallqu. Por eso, algunos autores han opinado que tal vez antiguamente en esta lengua 5 se decía qallqu y que después con la influencia del quechua se ha introducido el phisqa. En realidad, esta hipótesis no está demostrada, sin embargo se puede suponer que qallcu significaba algo que expresaba las cinco unidades. Tendríamos así:

7 = paqallqu: 2 + algo para expresar 5

8 = kimsaqallqu: 3 + algo para expresar 5

El número 9, en cambio, está formado de la partícula lla seguida de tunka (diez). Es probable que llatunka quiera decir “casi diez” y que lla sea una transformación de mya (que significa casi).

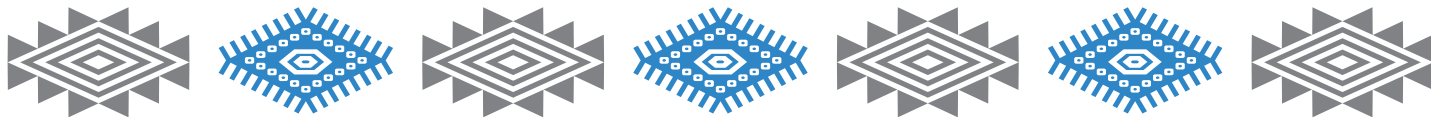
Estos detalles parecen mostrar que el idioma fue decimalizado en base a alguna forma antigua de organizar los números, que no fue precisamente la decimal (posiblemente una de base 5).

Trataremos de explicar ahora la numeración de la cultura wao de la Amazonía Ecuatoriana.

|    |                       |                                    |
|----|-----------------------|------------------------------------|
| 1  | aruke                 |                                    |
| 2  | me                    | 2+1                                |
| 3  | mea go aruke          | 2+2                                |
| 4  | mea go mea            | 5 (mano izquierda)                 |
| 5  | emenkupe              | 5+1                                |
| 6  | emempuke go aruke     | 5+2                                |
| 7  | emempuke go mea       | 5+2+1                              |
| 8  | emempuke mea go aruke | 5+2+2                              |
| 9  | emempuke mea go mea   | 10 (mano derecha)                  |
| 10 | tipenpuke             | 10 + 5 (dos manos y pie izquierdo) |
| 15 | tipenwa               | 20 (dos manos y dos pies)          |
| 20 | emenwake              |                                    |

Corno se pude observar, el sistema de numeración está basado en las manos y los pies, comenzando por los izquierdos en su orden. Existe también la idea del par subyacente en el sistema.

En la lengua de la cultura chachi de la costa ecuatoriana, se ha organizado el sistema de la siguiente manera:



|    |                 |   |
|----|-----------------|---|
| 1  | main            |   |
| 2  | pallu           |   |
| 3  | pema            |   |
| 4  | taapallu        | 2+2   |
| 5  | manda           |   |
| 6  | manchismallu    | 5+1   |
| 7  | manchispallu    | 5+2   |
| 8  | manchispema     | 5+3   |
| 9  | manchistaapallu | 5+4   |
| 10 | paitya          | 5x2 (pai = 2 y tyapa = pedazo,extremidad)   |
| 20 | mancha'lura     | 1x4x5 (man = 1, cha' = persona, lura = bulto.<br>La persona está constituida como decuatro extremidades de 5 dedos cada una). |

Estos pocos ejemplos nos dan una idea de las diversas formas como los indígenas han organizado la numeración y de las dificultades que se pueden presentar para manejar números con muchas cifras y cantidades muy altas. También nos dan una idea de la asociación entre conceptos numéricos y lengua. En Costa Rica, por ejemplo, en las lenguas bribri y cabecar, el número se asocia a la forma, tamaño y masa del objeto. Así, 5 casas, 5 palmeras y 5 naranjas se dice de manera diferente, a pesar de ser siempre el número 5.

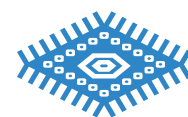
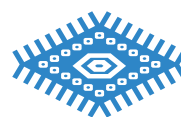
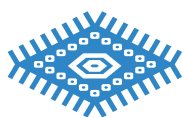
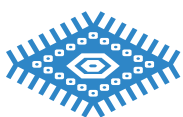
Trataremos ahora de analizar más detenidamente el sistema numérico quechua que, como ya hemos dicho, es estrictamente decimal.

En esta lengua hay nombres diferentes para cada uno de los números de 1 a 10. A partir del 10, hay un nombre para cada una de las potencias de esta base:

Quechua (Ecuador): 101 = 10 chunca  
 102 = 100 patsac  
 103 = 1000 huaranca  
 106 = 1.000.000 junu

Este sistema decimal quechua facilita enormemente la enseñanza de la escritura de los números a los niños y adultos, así como las operaciones matemáticas. En tanto que el castellano, al igual que el inglés, el francés, el portugués, el alemán, etc., no representan el sistema decimal de una manera tan clara.

El castellano, para los números a partir de diez, no tiene regla de composición fija, sino que presenta algunas irregularidades como se observa en la tabla siguiente:



| N° | CASTELLANO          | QUECHUA (Ecuador)       |
|----|---------------------|-------------------------|
| 11 | once (1 y 10)       | chunca shuc (10 y 1)    |
| 12 | doce (2 y 10)       | chunca ishcai (10 y 2)  |
| 13 | trece (3 y 10)      | chunca quimsa (10 y 3)  |
| 14 | catorce (4 y 10)    | chunca chuscu (10 y 4)  |
| 15 | quince (5 y 10)     | chunca pichca (10 y 5)  |
| 16 | dieciseis (10 y 6)  | chunca sucta (10 y 6)   |
| 17 | diecisiete (10 y 7) | chunca canchis (10 y 7) |
| 18 | dieciocho (10 y 8)  | chunca pusac (10 y 8)   |
| 19 | diecinueve (10 y 9) | chunca iscun (10 y 9)   |

Como podemos notar, en el idioma castellano, hasta el número quince nombramos primero a las unidades y después las decenas. A partir del diez y seis, antepone las decenas y después nombramos las unidades.

Por el contrario, en quechua las unidades siempre siguen a las decenas para los números del 10 al 19. Es por eso que un niño quechua tiene mayor dificultad con los números que un niño castellano-hablante. De hecho, al comienzo, los niños que hablan castellano se confunden y dicen “diez y uno”, “diez y dos”, etc.

En la cultura quechua, no hay posibilidad de confusión porque existe una sola regla para la composición de los números. Esta regla es la siguiente:

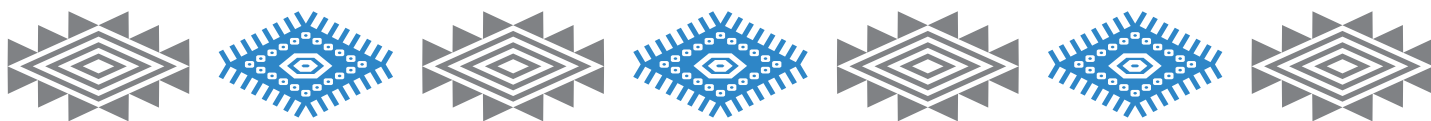
A partir de diez, cuando un número está antes de diez se multiplica por dicha potencia; cuando está después de dicha potencia, se suma.

**Ejemplo:** (quechua del Ecuador)

$$29 = \text{ishcaí chunca iscun}$$

$$2 \times 10 + 9$$

El niño quechua distingue de inmediato que en 19 hay dos diez (decenas) y nueve unidades, mientras que el niño no indígena no lo hace.



La misma regla se observa también en el aimara.

**Ejemplo:** (aymara de Bolivia)

17 = tunkapaqallquni

10+7

243 = papatakpusitunkkimsani

$2 \times 100 + 4 \times 10 + 3$

A partir de estos ejemplos, nos podemos dar cuenta de la conveniencia de enseñar las matemáticas a los niños a partir de su idioma materno. De otra manera, se obstaculiza el desarrollo del pensamiento matemático del niño, puesto que el sistema numérico de su lengua materna y aquel del castellano pueden estar basados sobre dos lógicas distintas.

## 2. Instrumentos para el cálculo

Como se ha dicho, cada cultura ha desarrollado su propio sistema de numeración. En algunos casos se han construido instrumentos que servían de apoyo para el cálculo. Lamentablemente, gran parte de la sabiduría que permitió estos avances se ha perdido para siempre, por lo que no es posible recuperar totalmente los conocimientos relativos a los instrumentos matemáticos y a la aplicación de la matemática a la arquitectura, la astronomía, la física, etc.

A continuación presentamos algunos instrumentos usados antiguamente por los quechuas y veremos la manera en que estos instrumentos han sido rescatados con creatividad en algunos proyectos de educación bilingüe.

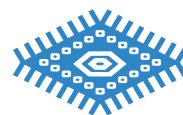
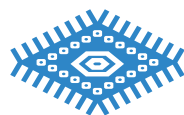
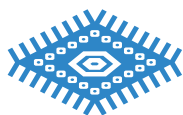
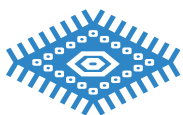
En la provincia del Cañar, Ecuador, se encontró una piedra que servía como instrumento de cálculo. Esta piedra contiene dos matrices cuadradas de tres filas y tres columnas y 10 agujeros, como se puede ver en la figura que sigue. Ha sido llamada taptana, a partir del subprograma de alfabetización quechua del Ecuador donde participaron varios investigadores indígenas.

El funcionamiento de la taptana no ha sido interpretado totalmente. Parece ser que podía facilitar cálculos con grandes cifras, empleando granos o piedritas que se colocaban en los casilleros y agujeros. Esta idea motivó la construcción de un ábaco llamado taptana, que se utiliza actualmente en las escuelas bilingües de Ecuador.

Esta taptana es una matriz que tiene nueve filas para indicar a los números del 1 al 9 y el número de columnas que sean necesarias para representar al valor de los números siguiendo las potencias de 10.

Para designar los números, se utilizan granos que se colocan en los agujeros, según las cifras que se desea representar.

En el Perú se ha descubierto otro instrumento de cálculo, la yupana, que aparece por primera vez en una ilustración del cronista Guamán Poma de Ayala.





La yupana es la tabla que se encuentra en la parte inferior, a la izquierda de la ilustración. Este instrumento, según un investigador, servía para las 4 operaciones, aún con cifras muy altas.

La yupana se coloca en la siguiente posición y está constituida por varias columnas (unidades, decenas, centenas, etc.), Cada columna está conformada por agujeros, distribuidos de la siguiente manera: 5, 3, 2 y 1.

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| O   | O   | O   |
| OO  | OO  | OO  |
| O   | O   | O   |
| OO  | OO  | OO  |
| OO  | OO  | OO  |
| OOO | OOO | OOO |



- Para registrar los números se usaban granos o piedritas, al igual que la piedra del Cañar que hemos analizado anteriormente.
- Los granos de piedra se colocan de abajo hacia arriba.
- Esta yupana ha sido adaptada y utilizada en un proyecto educación bilingüe llevado a cabo en Perú.
- Puede ser construida con madera, cartón u otros materiales. De acuerdo al nivel de escolaridad de los niños, se puede usar una sola columna, dos y más.

Colocamos en la yupana las piedrecitas correspondientes al número 14 (cuatro en la columna de las unidades y una en la de las decenas). En la parte externa, colocamos las piedras correspondientes al 21, respetando la posición de las unidades y decenas.

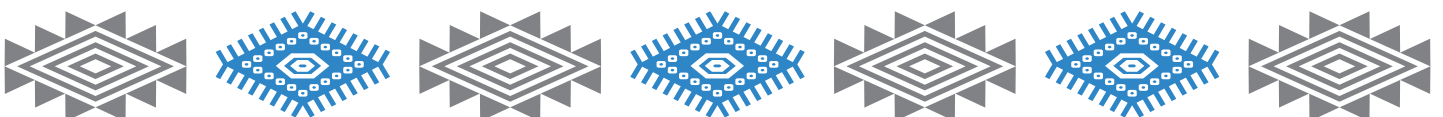
Después ubicamos las piedras que están afuera dentro de las columnas, obteniendo así la suma de 14 más 21, o sea 35.

Para la resta, se quitan las piedras correspondientes.

Para la multiplicación se maneja el concepto de veces por cada columna. Cuando cada columna está llena, se quitan todas las piedras y se coloca una sola en la columna de orden superior.

### 3. El cálculo de los analfabetos

Un prejuicio que tiene mucha gente es que los analfabetos no saben calcular. Hasta el presente muchos indígenas siguen siendo analfabetos, pero esto no significa que no estén en condiciones de hacerlo.



¿Cuál es la diferencia entre los alfabetizados y los no alfabetizados? Los analfabetos realizan las cuentas utilizando la memoria, aplicando técnicas y procedimientos que manejan con gran creatividad, en tanto que los alfabetizados han aprendido a escribirlas operaciones, muchas veces aplicando procedimientos mecánicos.

Analfabeto quiere decir: “sin el alfabeto”. Esto es, alguien que no maneja el sistema de escritura basado en los sonidos.

Sin embargo, esto no significa que los analfabetos y las culturas sin escritura alfabética no posean otros códigos de comunicación. Por ejemplo, la cultura shuar del Ecuador tiene formas de comunicación codificadas en base a las señales realizadas en las hojas u otros signos.

En la región del Ecuador colocan dos lanzas cruzadas en el camino para indicar a los extraños que no sigan adelante y que si pasan serán lanceados. Cuando el extraño viene por aire, colocan un hueso en un palo para indicar que no debe aterrizar.

En cuanto a la matemática, los analfabetos desconocen la representación de los números al estilo árabe o romano, pero no ignoran la manera de realizar las operaciones fundamentales de suma, resta, multiplicación y división.

Para contar y sumar, en una primera etapa se suele recurrir a los dedos de la mano y de los pies. Luego, a partir del 10 ó 20, se van agrupando en diez y en cinco, según las necesidades. También se puede recurrir a varias estrategias de apoyo adicional, como piedras, granos, conchas, etc.

A continuación se señalarán algunos procedimientos mentales de los analfabetos para algunas de las cuatro operaciones.

Aunque los ejemplos pueden ser simples, hay que reconocer que muchos analfabetos pueden llegar a realizar cálculos muy complejos, algo que se nota a menudo en los mercados.

### Paso 1.

Suma:

|          |    |   |    |     |
|----------|----|---|----|-----|
| Ejemplo: | 37 | + | 48 |     |
|          | 37 | = | 30 | + 7 |
|          | 48 | = | 40 | + 8 |

### Paso 2. $30 + 40 = 70$

Este paso es fácil porque  $3 + 4 = 7$  con la diferencia que no son unidades sino dieces; entonces 3 dieces + 4 dieces es igual a siete dieces.



**Paso 3.**  $7 = 5 + 2$   
 $8 = 5 + 3$

**Paso 4.**  $5 + 5 = 10$

**Paso 5.**  $3 + 2 = 5$

**Paso 6.** Entonces  $7 + 8$  es igual a  $10 + 5$

**Paso 7.** Por lo tanto,  $37 + 48 = 70 + 10 + 5$

**Paso 8.** Sumando los dos primeros se tiene  $70 + 10 = 80$

**Paso 9.**  $80 + 5 = 85$

**Entonces,**  $37 + 48 = 85$

La misma operación se puede realizar con otro procedimiento:

$$\begin{aligned} 37 &= 40 - 3 \\ 48 &= 50 - 2 \\ 37 + 48 &= (40 + 50) - (3 + 2) \\ 37 + 48 &= 90 - 5 = 85 \end{aligned}$$

Para la multiplicación, se emplea las técnicas de descomposición, duplicación y las sumas sucesivas.

Ejemplo:  $85 \times 13$

**Paso 1:**  $85 \times 13 = (85 \times 10) + (85 \times 3)$

**Paso 2:**  $85 \times 10 + 850$

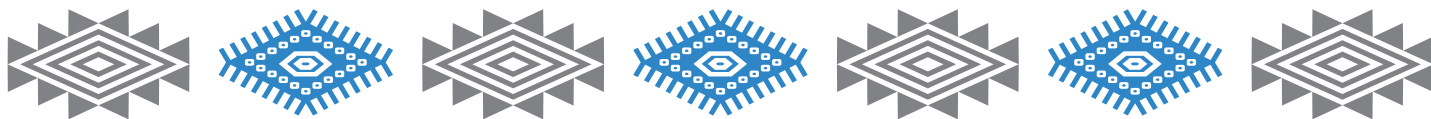
**Paso 3:**  $85 \times 3 = (80 \times 3) + (5 \times 3) = 240 + 15 = 255$

**Paso 4:**  $85 \times 13 = 850 + 255 = 1105$

Para la comprensión de la multiplicación, con frecuencia se recurre al concepto de “vez” o “veces”. Así, por ejemplo:

$$8 \times 3 \text{ (ocho por tres)} = 8 \text{ veces } 3.$$

Además, el concepto de “veces” favorece enormemente el cálculo de la superficie de los rectángulos, cuadrados o triángulos y es de mucha utilidad también para la introducción del plano cartesiano.



Para la división, se emplea el concepto de distribución y se considera como un proceso de inversión de la multiplicación.

**Ejemplo:**

$$37:5$$

**Paso 1.** Como el número para el cual estamos dividiendo es 5, averiguamos cuál es el número que multiplicado por 5 nos da 37, o más próximo a él. Para ello empleamos las técnicas de la multiplicación.

$$5 \times ? = 37$$

**Paso 2.** Encontramos que el número buscado es 7 porque:

**Respuesta**

$$37 = 5 \times 7 \text{ sobrando } 2$$

$$37:5 = 7 \text{ sobrando } 2$$

Cuando se trata de operaciones un poco más complejas, se recurre también a los dividendos parciales.

Como ya se ha dicho, muchos analfabetos pueden utilizar objetos para ayudarse en el cálculo, como sogas, piedras o granos.

En una comunidad aimara de Perú, un grupo de investigadores del Ministerio de Educación encontró a un campesino indígena que registraba la contabilidad de sus ovejas usando un conjunto de 10 hilos en los que hacía nudos. Una unidad correspondía a un nudo de un hilo, una decena a un nudo de 10 hilos y una centena a un nudo de diez nudos de decenas.

#### 4. El reto de la enseñanza de las matemáticas en la educación

Una de las tareas difícil es que hay que enfrentar en el proceso de la educación bilingüe intercultural comunitaria, es la enseñanza de matemáticas en lengua indígena. En cierta manera, viene a ser un desafío. Como hemos analizado, no todas las lenguas indígenas tienen un sistema decimal claramente estructurado como el quechua.

Gran parte de las culturas indígenas han organizado el sistema de numeración en relación a las extremidades del cuerpo humano, construyendo un sistema de numeración del 1 al 20.

La ausencia de nombres para números mayores dificulta las operaciones con cantidades grandes. Por eso, algunas culturas han decimalizado el sistema de numeración recurriendo al préstamo de términos de otros idiomas indígenas y del castellano, dificultando la realización de las operaciones matemáticas, ya que se tiene la impresión de que éstas sólo pueden enseñarse en castellano.

Hay que señalar el hecho que, si no hubiese sido por el contacto con las culturas que manejan números muy grandes y por el surgimiento de nuevas exigencias, no haría falta ni decimalizar ni ampliar el círculo numérico.



En lenguas como el aimara y el quechua, no hay serios problemas para la enseñanza de las matemáticas con cifras muy grandes. Al contrario, se podría decir que es más fácil la enseñanza de las mismas en estos idiomas que en castellano.

En cambio, en otras lenguas indígenas existen dificultades debido a la ausencia de un sistema decimal y porque los números disponibles no son muchos.

Puede haber varias formas de resolver el problema.

Unos plantean que la enseñanza de las matemáticas tiene que hacerse directamente en castellano, por cuanto la lengua indígena no tiene los recursos necesarios para garantizar un adecuado tratamiento de estos conocimientos.

Otros sostienen la conveniencia de desarrollar el sistema de numeración, sobre todo ampliando la lógica y los criterios propios del sistema. Esto, en teoría, podría ser lo ideal. En efecto, se podría construir un sistema de base 20, o de base 5, etc. Pero ante la universalización del sistema decimal, sería como tratar de crear otro tipo de escritura diferente a la alfabética.

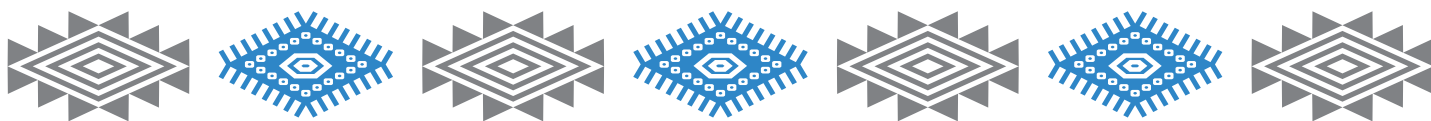
Otra alternativa viable que se ha propuesto, es la de decimalizar los sistemas de numeración cuando estos no sean decimales, o no tengan palabras para llegar hasta 10.

Cualquiera que sea la alternativa que se tome, es necesario que en toda decisión participen los directos interesados y las organizaciones que los representan. Desarrollar una cultura debe ser una tarea y una exigencia que comparten o impulsan sus mismos integrantes.

Como ejemplo de creación de un sistema decimal por parte de una organización indígena, podemos tomar el caso de la Federación Shuar de Ecuador. La lengua de los shuar sólo tenía nombres para identificar números hasta el 5. A partir de ahí, sólo se mostraban los números recurriendo a los dedos de las manos y de los pies.

Fue así que la Federación decidió crear términos para los demás números.

El criterio utilizado para dar nombres a los números, fue el de la semejanza visual con los signos de los números arábigos. Es decir, se buscó algún objeto que tuviera cierta semejanza con el número en cuestión.



|         |         |   |
|---------|---------|---|
| 6       | Ujuk    | (rabo de mono)  |
| 7       | Tsenken | (gancho para coger frutas)                              |
| 8       | Yarush  | (hormiga reina o arriera)                               |
| 9       | Usumtal | (dedo índice de la mano derecha)                        |
| 10      | Nawe    | (pie)   |
| 100     | Washim  | (barbacoa, trampa para pescado, se asemeja a un montón) |
| 1000    | Nupanti | (mucho)   |
| 1000000 | Amuchat | (muchísimo, casi imposible de contar)                   |

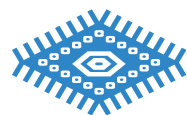
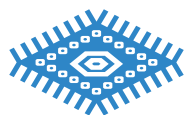
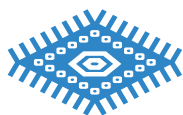
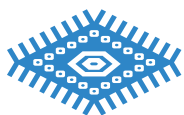
A los criterios de semejanza visual, de nombre de partes del cuerpo humano que tengan relación con los números y nombres relacionados con conceptos de cantidades tales como bastante mucho, muchísimo, etc., podríamos añadir la creación de términos arbitrarios. De esa manera, se evitarían posibles confusiones por el hecho de utilizar un término que tiene más de un significado. Los términos a crearse podrían tener un origen parcial en algunas palabras que designen abundancia, o alguna motivación visual, pero es conveniente que lleguen a ser términos independientes de los que los originan.

Estas dificultades no deben detener la enseñanza de las matemáticas y de las demás ciencias en lenguas indígenas.

En pocas palabras, desarrollar una lengua y una cultura significa adecuarlas a las nuevas exigencias y necesidades y enriquecerlas con el aporte de otras.

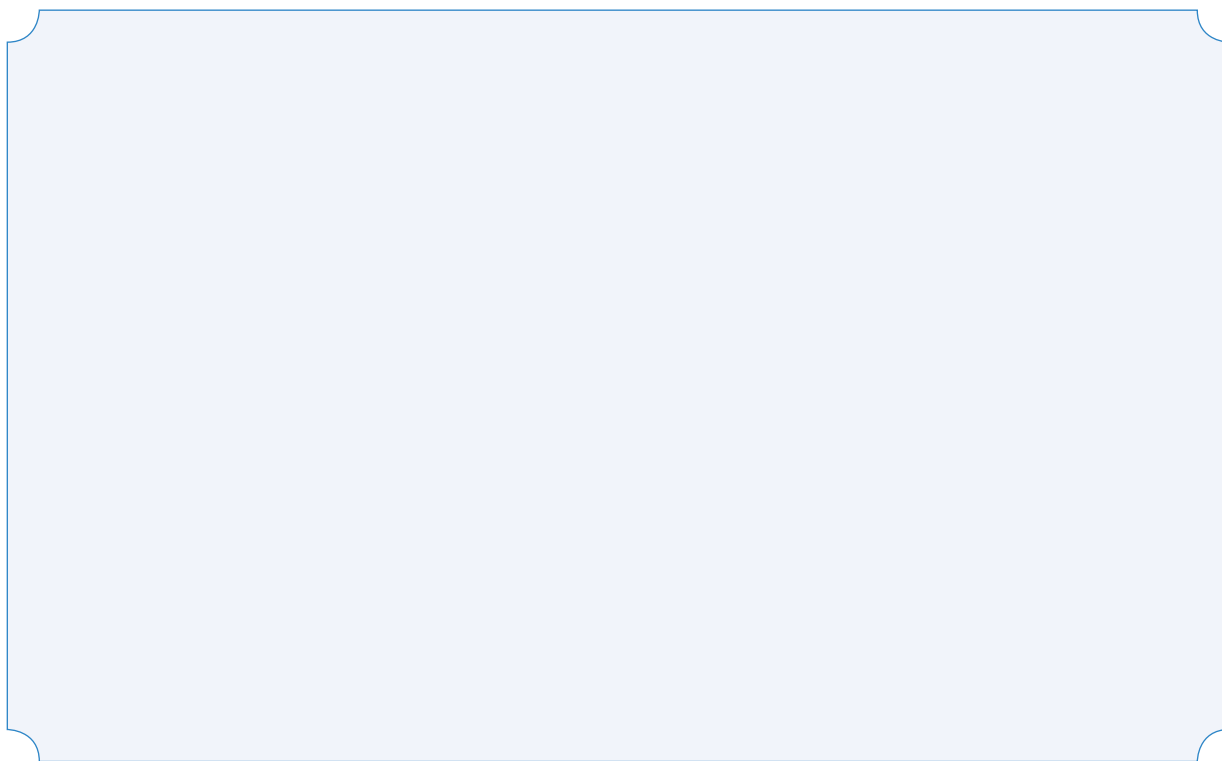
### Actividad 1

Compartimos la importancia y la necesidad de elaborar materiales educativos para el aprendizaje de la aritmética, registrándolos en el siguiente recuadro:



**Actividad 2**

Elaboramos en comunidad tipos de modelización matemática describiendo cómo se concretizaría en el desarrollo curricular (Plan de Clase).

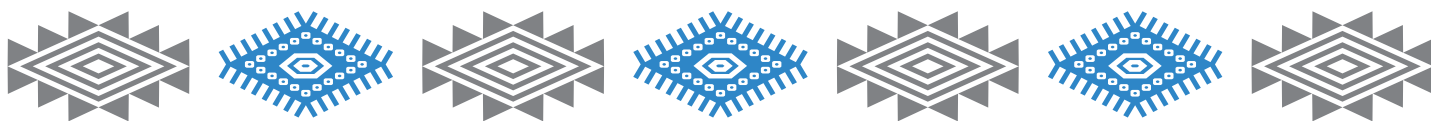
**II. ACTIVIDADES DE FORMACIÓN COMUNITARIA****Lectura obligatoria Común:**

- Paulo Freyre y Antonio Faundez. “Por Una Pedagogía de la Pregunta”. Siglo XXI Editores, Buenos Aires, 2013.
- Paulo Freyre y Antonio Faundez. “El Maestro sin Recetas”. Siglo XXI Editores, Buenos Aires, 2015.

Estas lecturas son comunes a todas las Áreas de Saberes y conocimientos y ambos niveles del SEP; al interior de las CPTEs se desarrollarán debates y discusiones de estos textos a lo largo del Segundo Momento.

Para realizar esta actividad se debe planificar mínimamente 2 reuniones de la CPTE para dialogar acerca de los textos propuestos, es importante problematizar nuestra práctica educativa y plantear propuestas que coadyuven a desarrollar procesos educativos pertinentes.

Como resultado de las actividades presentaremos un ensayo sobre la labor educativa cotidiana a partir de las lecturas “obligatorias” comunes todas las Áreas de Saberes y conocimientos, cuya extensión no exceda las 3 páginas tamaño carta, letra Tahoma 10, interlineado 1,15 y márgenes 2,5 superior e inferior y 3 cm izquierda y derecha.





### III. ACTIVIDADES DE CONCRECIÓN EDUCATIVA

#### Articulación de las Áreas en la Concreción Educativa

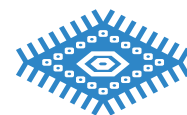
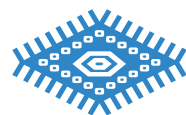
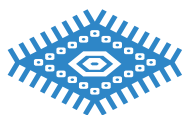
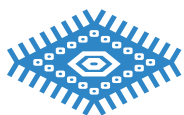
La presente actividad tiene como fin fortalecer los lazos del trabajo comunitario de las CPTes estableciendo espacios de diálogo y debate para implementar el MESCP en las Unidades Educativas. Es de vital importancia que el trabajo desarrollado al interior de cada CPTe posibilite, a través del diálogo, la coordinación para la concreción de los procesos educativos en el marco del MESCP. A la vez es imprescindible que se generen espacios de apoyo y complementación en el desarrollo del trabajo de maestras y maestros para articular las Áreas de saberes y conocimientos a partir del PSP en la práctica educativa; esto quiere decir que los contenidos nuevos que resultaren del análisis desarrollado con esta Unidad de Formación deben ser llevados a la práctica pedagógica a través de la coordinación de actividades con maestras y maestros de la CPTe.

En ese sentido la concreción educativa es el lugar donde se realiza la articulación de las Áreas de Saberes y Conocimientos a partir del desarrollo de propuestas de trabajo común, que definan las CPTes, para lograr los objetivos del PSP.

Trabajo en CPTes para coordinar cómo articular entre distintas áreas acciones de la concreción educativa a partir del desarrollo de propuestas de trabajo comunes para lograr los objetivos del PSP.

Se sugiere iniciar la actividad tomando en cuenta las siguientes preguntas que deberán ser respondidas por las y los maestros en las CPTes.

¿Qué contenidos vamos a abordar en nuestra práctica educativa? Las y los maestros, integrantes de la CPTe, exponen los Contenidos que trabajarán durante el primer bimestre de la gestión 2017.



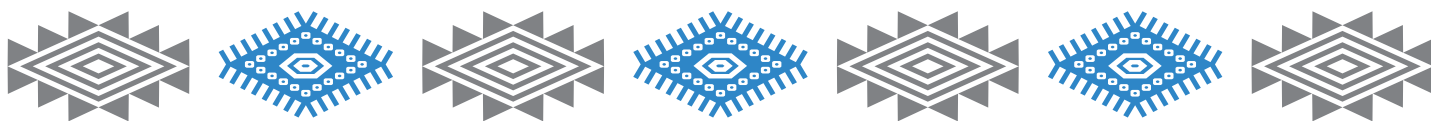




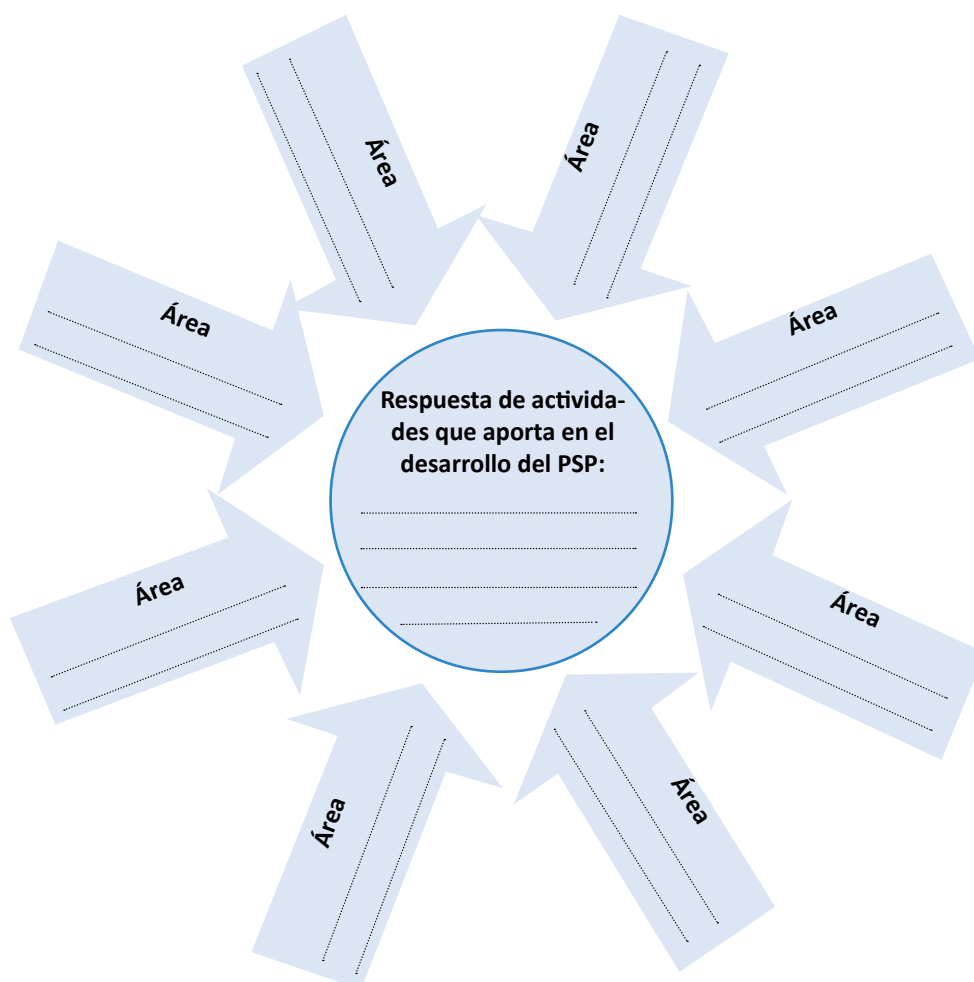
¿De qué manera los contenidos que vamos a desarrollar pueden aportar a la implementación del PSP en nuestra Unidad Educativa? (Se debe tomar en cuenta el PSP que actualmente se está desarrollando)

Qué Estrategias Metodológicas proponemos para desarrollar los contenidos de nuestras Áreas? En función de los Contenidos y el PSP propuesto, planteamos actividades que posibiliten su concreción en un Proceso Educativo.

A partir de las respuestas, y de manera coordinada entre maestras y maestros, identificamos posibles actividades comunes que posibiliten la articulación de los diferentes Campos de Saberes y Conocimientos. En el gráfico siguiente anotamos:

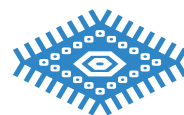
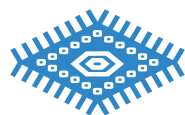
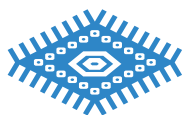
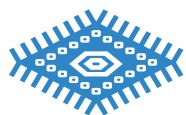


- En el círculo anotamos la actividad propuesta que aporten en el desarrollo del PSP.
- En las flechas anotamos qué elementos de cada Área de Saberes y Conocimientos serán desarrollados en actividad propuesta.



A partir del ejercicio desarrollado realizamos el ajuste de nuestra planificación. Para lo señalado, ayudaría el cuadro siguiente:

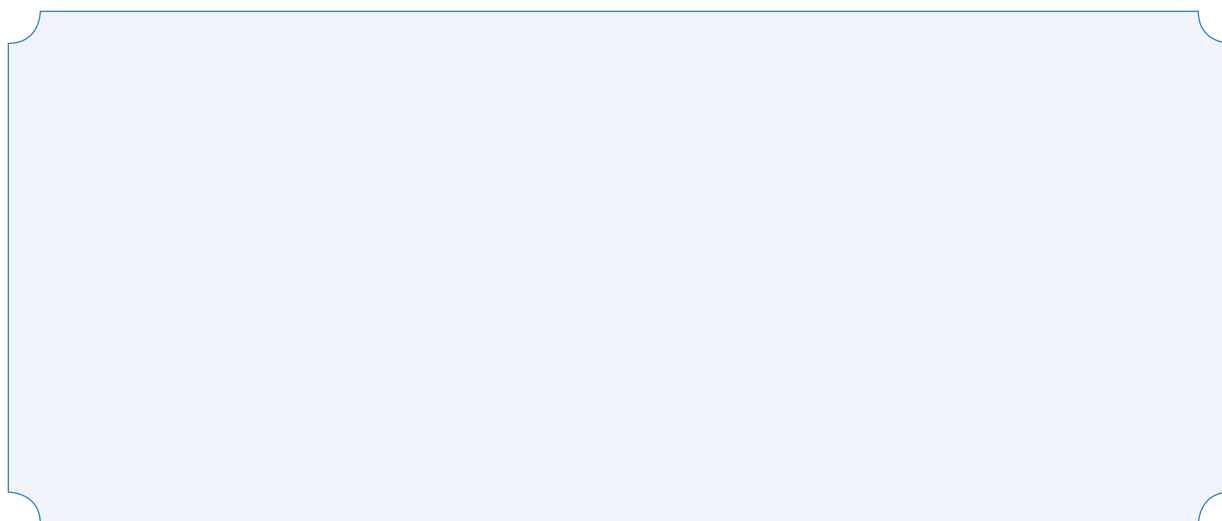
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| Áreas de Saberes y Conocimientos                 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Contenidos articulados de los planes y programas |  |  |  |  |  |  |  |  |



### Actividades de concreción del Área

De la misma forma este es el momento de llevar a la práctica pedagógica todo lo que hemos comprendido desde las experiencias desarrolladas y la teoría que nos propone la Unidad de Formación, así con las y los estudiantes trabajaremos de manera concreta lo que se pretende con el Modelo Educativo Sociocomunitario Productivo, para esto realizaremos las siguientes actividades en relación a todo lo avanzado:

- Desarrollo del Plan de Clase en la Unidad Educativa en la que presta servicios.
- Registro de la experiencia de una clase realizada.



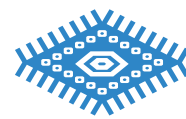
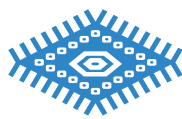
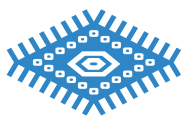
## MOMENTO 3

### SESIÓN PRESENCIAL DE SOCIALIZACIÓN (4 horas.)

En ésta, socializaremos los productos de la Unidad de Formación No. 10.

#### PRODUCCIÓN DE LA UNIDAD DE FORMACIÓN

- a) La compilación de los ensayos, elaborados por cada maestra y/o maestro, sobre la labor educativa cotidiana a partir de:
  - Paulo Freyre y Antonio Faundez. “Por Una Pedagogía de la Pregunta”. Siglo XXI Editores, Buenos Aires, 2013.
  - Paulo Freyre y Antonio Faundez. “El Maestro sin Recetas”. Siglo XXI Editores, Buenos Aires, 2015.
- b) Registro de Procesos Educativos desarrollados a partir de la implementación de los Planes de Desarrollo Curricular.
- c) Registro de Procesos Educativos desarrollados en la Formación Comunitaria en el MESCP (Maestras y maestros que no se encuentran en servicio activo).





*“Juntos Implementamos el Currículo  
e Impulsamos la Revolución Educativa”*

