

NA
Nivelación
Académica



Guía de Estudio

Geometría del Espacio

Matemática



© De la presente edición

Colección:

GUÍAS DE ESTUDIO - NIVELACIÓN ACADÉMICA

DOCUMENTO:

Unidad de Formación
Geometría del Espacio
Documento de Trabajo

Coordinación:

Dirección General de Formación de Maestros
Nivelación Académica

Como citar este documento:

Ministerio de Educación (2016). Guía de Estudio: Unidad de Formación
“Geometría del Espacio”, Equipo Nivelación Académica, La Paz Bolivia.

LA VENTA DE ESTE DOCUMENTO ESTÁ PROHIBIDA

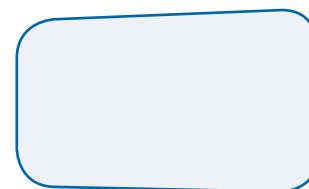
Denuncie al vendedor a la Dirección General de Formación de Maestros, Telf. 2912840 - 2912841

NA



Geometría del Espacio

Matemática



Puntaje

Datos del participante

Nombres y Apellidos:

Cédula de identidad:

Teléfono/Celular:

Correo electrónico:

UE/CEA/CEE:

ESFM:

Centro Tutorial:

Índice

Presentación	7
Estrategia Formativa	8
Objetivo Holístico de la Unidad de Formación	10
Orientaciones para la Sesión Presencial	11
Materiales Educativos	12
Partiendo desde el Contacto con la Realidad, la Experimentación y la Experiencia.	14
 Tema 1: Generalidades y Definiciones	16
Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico	17
1. Espacio.....	17
2. Sistemas de coordenadas en el espacio	18
3. Cuerpo geométrico.....	20
4. Superficie.....	20
5. Plano.....	21
6. Determinación de un plano	22
 Tema 2: Posiciones Relativas de Rectas y Planos en el Espacio	24
Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico	24
1. Posiciones relativas de dos rectas en el espacio.....	25
2. Posiciones relativas de dos planos en el espacio.....	26
3. Posiciones relativas de una recta y un plano	27
4. Rectas y planos paralelos.....	28
5. Rectas y planos perpendiculares	30
 Tema 3: Ángulos Diedros, Triedros y Ángulo Poliedro	34
Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico	34
1. Ángulo diedros	34
2. Ángulo triedro	37

3. Igualdad de triedros	40
4. Ángulo poliedro	40

Tema 4: Poliedros 42

Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico..... 42

1. Definición	43
2. Elementos principales de un poliedro	43
3. Clasificación de los poliedros.....	44
4. Poliedros regulares (Sólidos de Platón)	46
5. Propiedades de los poliedros	47
6. Prisma	48
7. Pirámide y tronco de pirámide	49
8. Cuerpos de revolución: esfera, cilindro, cono y tronco de cono.....	50

Orientaciones para la Sesión de Concreción 53

Orientaciones para la Sesión de Socialización 55

Bibliografía 56

Anexo





Presentación

El proceso de Nivelación Académica constituye una opción formativa dirigida a maestras y maestros sin pertinencia académica y segmentos de docentes que no han podido concluir distintos procesos formativos en el marco del PROFOCOM-SEP. EL mismo ha sido diseñado desde una visión integral como respuesta a la complejidad y las necesidades de la transformación del Sistema Educativo Plurinacional.

Esta opción formativa desarrollada bajo la estructura de las Escuelas Superiores de Formación de Maestras/os autorizados, constituye una de las realizaciones concretas de las políticas de formación docente, articuladas a la implementación y concreción del Modelo Educativo Sociocomunitario Productivo (MESCP), para incidir en la calidad de los procesos y resultados educativos en el marco de la Revolución Educativa con ‘Revolución Docente’ en el horizonte de la Agenda Patriótica 2025.

En tal sentido, el proceso de Nivelación Académica contempla el desarrollo de Unidades de Formación especializadas, de acuerdo a la Malla Curricular concordante con las necesidades formativas de los diferentes segmentos de participantes que orientan la apropiación de los contenidos, enriquecen la práctica educativa y coadyuvan al mejoramiento del desempeño docente en la UE/CEA/CEE.

Para apoyar este proceso se ha previsto el trabajo a partir de Guías de Estudio, Dossier Digital y otros recursos, los cuales son materiales de referencia básica para el desarrollo de las Unidades de Formación.

Las Guías de Estudio comprenden las orientaciones necesarias para las sesiones presenciales, de concreción y de socialización. En función a estas orientaciones, cada tutora o tutor debe enriquecer, regionalizar y contextualizar los contenidos y las actividades propuestas de acuerdo a su experiencia y a las necesidades específicas de las y los participantes.

Por todo lo señalado se espera que este material sea de apoyo efectivo para un adecuado proceso formativo, tomando en cuenta los diferentes contextos de trabajo y los lineamientos de la transformación educativa en el Estado Plurinacional de Bolivia.

Roberto Iván Aguilar Gómez
MINISTRO DE EDUCACIÓN

Estrategia Formativa

El proceso formativo del Programa de Nivelación Académica se desarrolla a través de la modalidad semipresencial según calendario establecido para cada región o contexto, sin interrupción de las labores educativas en las UE/CEA/CEEs.

Este proceso formativo, toma en cuenta la formación, práctica educativa y expectativas de las y los participantes del programa, es decir, maestras y maestros del Sistema Educativo Plurinacional que no concluyeron diversos procesos formativos en el marco del PROFOCOM-SEP y PPMI.

Las Unidades de Formación se desarrollarán a partir de sesiones presenciales en periodos intensivos de descanso pedagógico, actividades de concreción que la y el participante deberá trabajar en su práctica educativa y sesiones presenciales de evaluación en horarios alternos durante el descanso pedagógico. La carga horaria por Unidad de Formación comprende:

SESIONES PRESENCIALES	CONCRECIÓN EDUCATIVA	SESIÓN PRESENCIAL DE EVALUACIÓN	80 Hrs. X UF
24 Hrs.	50 Hrs.	6 Hrs.	

FORMACIÓN EN LA PRÁCTICA

Estos tres momentos consisten en:

1er. MOMENTO (SESIONES PRESENCIALES). Parte de la experiencia cotidiana de las y los participantes, desde un proceso de reflexión de su práctica educativa.

A partir del proceso de reflexión de la práctica de la y el participante, la tutora o el tutor promueve el diálogo con otros autores/teorías. Desde este diálogo de la y el participante retroalimenta sus conocimientos, reflexiona y realiza un análisis comparativo para generar nuevos conocimientos desde su realidad.

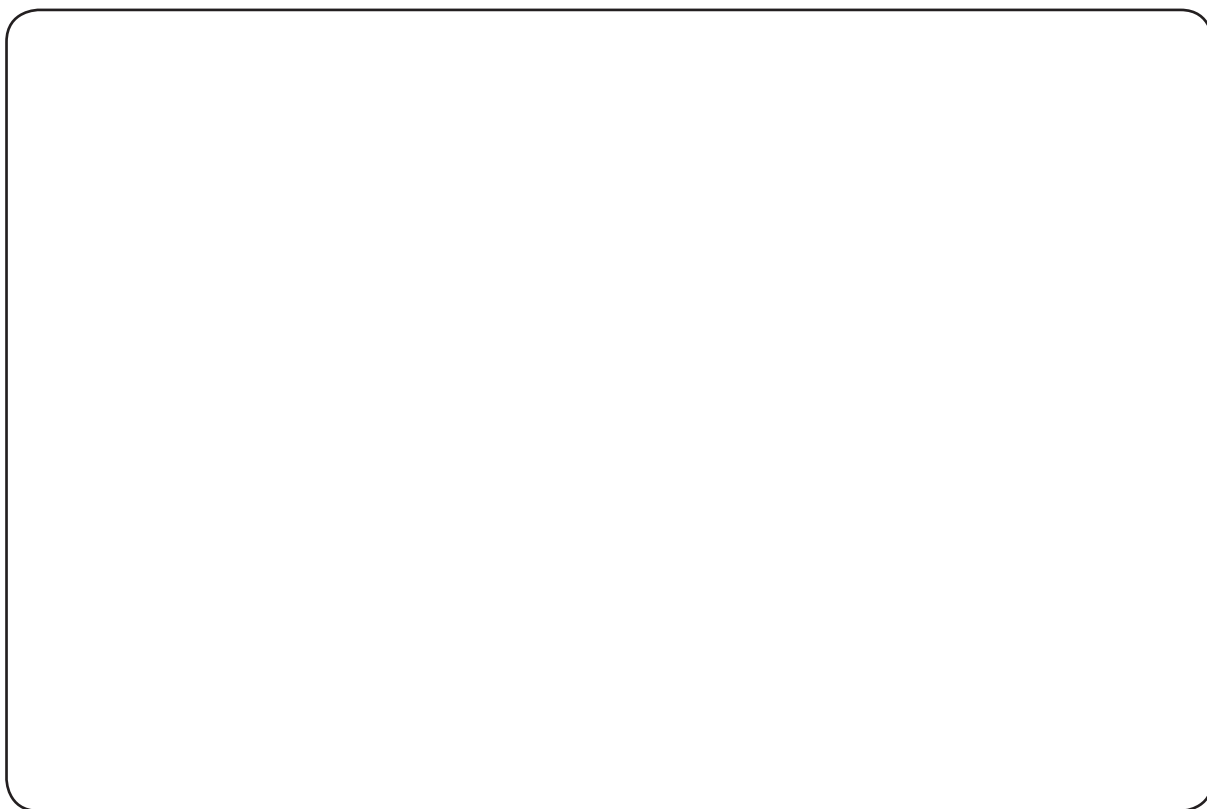
2do. MOMENTO (CONCRECIÓN EDUCATIVA). Durante el periodo de concreción de la y el participante deberá poner en práctica con sus estudiantes o en su comunidad educativa lo trabajado (contenidos) durante las Sesiones Presenciales. Asimismo, en este periodo de la y el participante deberá desarrollar procesos de autoformación a partir de las orientaciones de la tutora o el tutor, de la Guía de Estudio y del Dossier Digital de la Unidad de Formación.

3er. MOMENTO (SESIÓN PRESENCIAL DE EVALUACIÓN). Se trabaja a partir de la socialización de la experiencia vivida de la y el participante (con documentación de respaldo); desde esta presentación de la tutora o el tutor deberá enriquecer y complementar los vacíos y posteriormente evaluar de forma integral la Unidad de Formación.



Objetivo Holístico de la Unidad de Formación

Una vez concluida la sesión presencial (24 horas académicas), la y el participante deberá construir el objetivo holístico de la presente Unidad de Formación, tomando en cuenta las cuatro dimensiones.



Orientaciones para la Sesión Presencial



Estimada/o participante, en la presente guía, se desarrollarán diferentes contenidos planteados a partir de diversas actividades de carácter teórico/práctico, las cuales permitirán alcanzar el objetivo de la Unidad de Formación.

Las y los participantes, considerando que la presente Unidad de Formación “Geometría del Espacio”, es de carácter formativo y evaluable, trabajarán en las diferentes actividades programadas para el desarrollo de las unidades temáticas.

Al inicio encontrarán una actividad titulada “Partiendo desde el contacto con la realidad, la experimentación y la experiencia”, cuyo objetivo es que la y el participante exteriorice sus saberes y conocimientos a partir de la experimentación y realidad socioeducativa.

Durante el proceso de desarrollo de la guía, es importante remitirse constantemente, desde el principio hasta el final, al material bibliográfico (Dossier) que se les ha proporcionado, puesto que este ayudará a tener una visión más amplia y clara de lo que se trabajará.

Durante las sesiones presenciales debe tomarse en cuenta dos aspectos:

1. **La organización del Aula:** para comenzar el desarrollo del proceso formativo es fundamental considerar la organización del ambiente, de manera que sea un espacio propicio y adecuado para el avance de las actividades planteadas.

También es importante tomar en cuenta el tipo de actividad o actividades que se realizarán durante la sesión, por ejemplo, conformación de equipos, organizar a las o los participantes en semicírculo, etc., y tomando en cuenta los lugares que serán objeto de investigación.

2. **Las actividades formativas, considerando la profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico:** Las actividades correspondientes a la Unidad de Formación “Geometría del Espacio”, se desarrollará de acuerdo a las consignas que se plantean en cada contenido, siendo estas de carácter práctico, apoyándose en las teorías de diferentes autores de libros, artículos o videos.



Materiales Educativos

Los materiales educativos deben proporcionar fuentes atractivas, creativas e innovadoras, que permitan fortalecer y asimilar el conocimiento, permitiendo que a partir de la motivación se mantenga una mente abierta a nuevos conocimientos.

En el área de matemática, los materiales tienen gran importancia en su proceso formativo, tanto el material concreto que se elabora, como aquellos materiales que están en su propio contexto y en contacto directo con la realidad, ya que estos deben favorecer el desarrollo del pensamiento lógico matemático, utilizándolos de manera adecuada. A continuación, te presentamos los materiales/recursos que se utilizarán durante todo el desarrollo de la presente Guía de Estudio.

Descripción del Material/recurso educativo	Producción de conocimientos
Instrumentos Geométricos (Reglas)	Permite un mejor manejo y uso de las reglas, en la representación correcta y adecuada de los gráficos referidos a geometría del espacio, como ser: cuerpos sólidos y de revolución, coordenadas cartesianas, alturas, rectas y planos.
Libros, artículos y páginas web.	Orienta la interpretación de diferentes documentos bibliográficos, ayuda en la comprensión y análisis de los contenidos, lo que permite fortalecer y consolidar los conocimientos previos y nuevos.
Cuaderno de notas y apuntes.	Mejora la capacidad de síntesis de los conocimientos que se adquiere durante el desarrollo de las actividades.
Materiales para reciclar (Cartones, botellas, madera, plásticos, etc.)	Motiva la creatividad en el uso y manejo de estos materiales para la construcción de cuerpos geométricos, diedros y triedros. El uso de estos materiales promueve el cuidado y protección del medio ambiente.

<p>Material de Escritorio</p> <p>(Hojas blancas y de color, tijeras, pegamento, lápices negro y de colores, borrador, marcadores, cartulina)</p>	<p>Desarrolla la creatividad en la construcción de materiales y gráficos, facilitando la identificación de los cuerpos geométricos, alturas, radios, planos rectas, etc.</p>
<p>Audiovisuales</p>	<p>Genera una comprensión clara y dinámica de las conceptualizaciones de Geometría del Espacio, ampliando la percepción y visualización del tema.</p>



Partiendo desde el Contacto con la Realidad, la Experimentación y la Experiencia



En la naturaleza, en nuestras culturas y la vida misma, estamos en contacto permanente con la Geometría del Espacio, la cual se encarga del estudio de los espacios tridimensionales; es decir, de todos aquellos cuerpos que tienen alto, ancho y largo.

Una vez analizada la descripción anterior, partiendo de nuestra realidad y contexto realizamos las siguientes actividades:

- Salimos a observar nuestro contexto, analizamos diferentes objetos y/o lugares que representen cuerpos geométricos como los poliedros y los cuerpos redondos.
- En el siguiente espacio, dibujamos todos los cuerpos observados y describimos sus características.

A large, empty rectangular area with rounded corners and a light blue background, intended for students to draw and describe the geometric bodies they observed.

- Haciendo uso de lápices o bolígrafos de colores identificamos y representamos gráficamente tres planos de acuerdo a lo que indica la siguiente tabla:

Tres puntos no alineados	Gráfica:
Una recta y un punto exterior a la misma	Gráfica:
Dos rectas paralelas o que se corten	Gráfica:

- En nuestras culturas ancestrales, ¿dónde podemos observar cuerpos geométricos? ¿Qué representaban o para qué utilizaban estos cuerpos?

.....

.....

.....

.....

- A partir de todo lo anterior ¿Cómo definirías un espacio y un cuerpo geométrico?

.....

.....

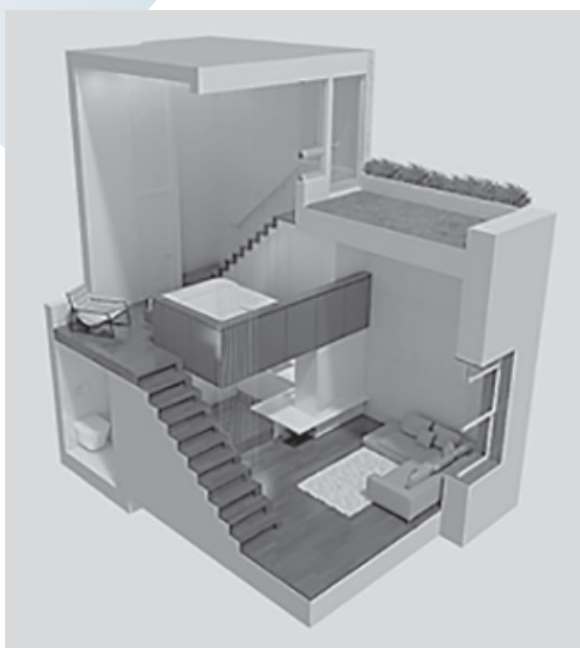
.....

.....



Tema 1

Generalidades y Definiciones



¿Sabías que?

“En arquitectura los planos y cuerpos geométricos son muy utilizados al momento de definir un espacio de construcción”

En la imagen, se muestra una maqueta bien definida, a partir de ella, qué elementos de Geometría del Espacio puede identificar. Mencione:

.....

.....

.....

.....

La geometría del espacio es considerada como una rama de la geometría general, que se encarga del estudio de los cuerpos en el espacio, es decir, de aquellos cuerpos que ocupan un volumen determinado, ésta puede tener diferentes aplicaciones en la vida, tal es el caso del sistema de coordenadas cartesianas (x, y, z) , se puede aplicar cuando se desea ubicar las coordenadas de algún objeto que se desee encontrar, en la física por ejemplo se aplica para ubicar vectores, puntos, ubicación geográfica, etc.

A partir del desarrollo de este tema, la o el maestro debe generar nuevas estrategias metodológicas, mediante las cuales, las y los estudiantes puedan comprender y asimilar los contenidos relacionados al espacio, sistemas de coordenadas, cuerpos geométricos, planos en el espacio, etc.

Este tema se desarrolla en segundo año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva específicamente en el tema de Espacio Geométrico Tridimensional de acuerdo al Programa de Estudios, puesto que es importante asimilar los contenidos de Geometría del Espacio, empe-

zando su desarrollo a partir de lo elemental como lo son algunas generalidades y definiciones.

Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico

A partir de este momento, comenzaremos con el desarrollo de las diferentes actividades determinadas para cada contenido, por lo que debemos considerar la bibliografía propuesta en el Dossier Digital.

1. Espacio

¿Qué es lo primero que viene a tu mente cuando se menciona la palabra espacio? Quizá imaginas un determinado lugar o el espacio exterior con los diferentes astros que lo componen, en fin, podemos imaginar diferentes situaciones, pues bien, observa y analiza la imagen, a partir de la misma define “Espacio”.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

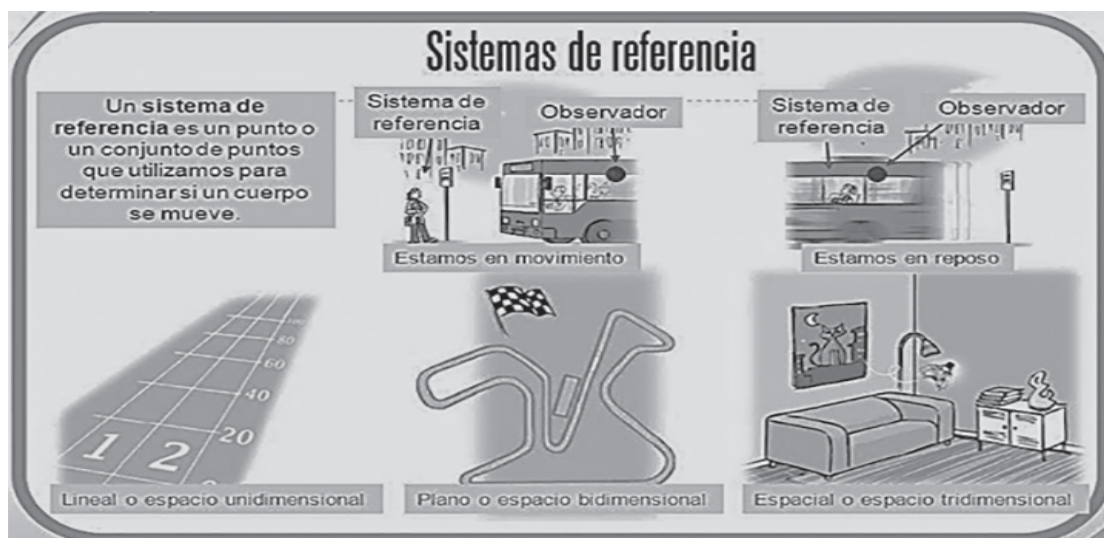
Es importante saber diferenciar los diferentes espacios geométricos y sus representaciones, de igual manera hay que saber definirlos. En este sentido reforcemos nuestros conocimientos partiendo de la lectura del sitio web (sites.google.com, s.f) **“Espacio Bidimensional y Tridimensional”** (Pág. 1- 5), considerando la lectura, complementamos los siguientes espacios según corresponda la definición, ejemplo o gráfica.

Espacio bidimensional y tridimensional.	Diferencias:
	Similitudes:

<p>Espacio Bidimensional en la vida (Ejemplos):</p>	<p>Espacio Tridimensional en la vida (Ejemplos):</p>
<p>Representación gráfica de espacios bidimensionales y tridimensionales en nuestro contexto y/o culturas ancestrales:</p>	

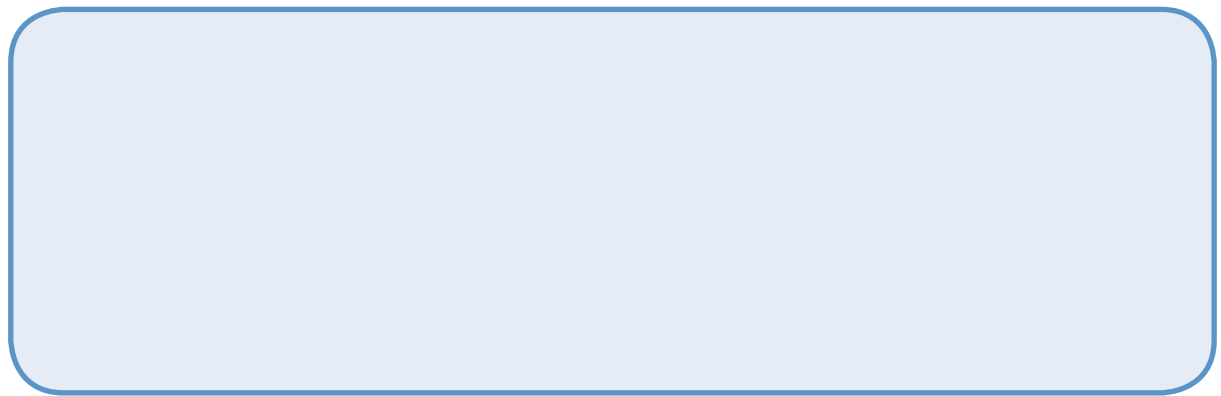
2. Sistemas de coordenadas en el espacio

Observamos la imagen y analizamos la siguiente definición:



“Un **sistema de referencia** es un conjunto de coordenadas espacio-tiempo que se requiere para poder determinar la posición de un punto en el espacio. Un **sistema de referencia** puede estar situado en el ojo de un observador. El ojo puede estar parado o en movimiento.” (recursostic.educacion.es, s.f.).

Una vez asimilada la definición anterior, nos ponemos a pensar en un Sistema de Coordenadas, seguramente el primero que viene a nuestra mente, es el que se representa mediante un Plano Cartesiano con los ejes X y Y, entonces, sabiendo que el Plano Cartesiano representa a la bidimensionalidad; en el siguiente espacio representa, describe y define un Sistema de Coordenadas en el Espacio.



Ahora, aclaremos dudas y consolidemos nuestros conocimientos sobre el Sistema de Coordenadas en el Espacio, a partir del análisis del sitio web (pinae.files.wordpress.com, s. f.) “**Matemática II: Tema 6. Puntos, Rectas y Planos en el Espacio**” (Pág. 3), en el siguiente sistema de coordenadas, ubicamos los puntos que se indica:

p1 (0, 0, 0)

p2 (4, 0, 7)

p3 (0, 5, 7)

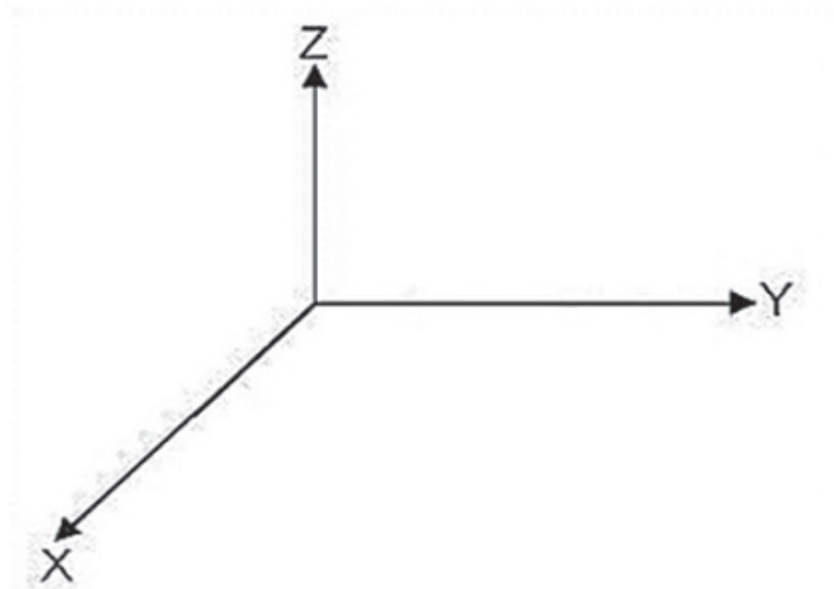
p4 (4, 5, 0)

p5 (4, 5, 7)

p6 (4, 0, 0)

p7 (0, 5, 0)

p8 (0, 0, 7)



¿Qué obtenemos luego de unir adecuadamente todos los puntos? Entonces ¿Para qué sirven estas coordenadas?

3. Cuerpo geométrico

Cada día en nuestro contexto, nos topamos con diferentes objetos, a estos objetos los denominamos cuerpos, es decir, que ocupan un lugar dentro de un espacio determinado. Pero ¿qué es un cuerpo “geométrico”?

Antes de hacer una definición observamos a nuestro alrededor, y en el siguiente espacio dibujamos y describimos todos los cuerpos geométricos que encontremos.

Profundicemos y consolidemos nuestros conocimientos analizando el sitio web (Lasso, 2015) **“Cuerpos geométricos: Definición y tipos”** (Pág. 1), en la lectura podremos ver que no sólo se hace una definición de cuerpos geométricos sino que también hace referencia a los poliedros y otros cuerpos que más adelante iremos estudiando a profundidad. Ahora, completamos los espacios de la siguiente definición formal de cuerpo geométrico:

Un sólido o cuerpo, es una figura..... de tres dimensiones:, y....., que ocupa un lugar en el y en consecuencia tiene

4. Superficie

¿A qué nos referimos cuando hablamos de “superficie”? Tomemos en cuenta los siguientes datos que proporciona el Instituto Nacional de Estadística – INE:



DEPARTAMENTO	CAPITAL	EXTENSIÓN
Beni	Trinidad	213.564 km ²
Chuquisaca	Sucre	51.631 km ²
Cochabamba	Cochabamba	55.631 km ²
La Paz	La Paz	133.985 km ²
Oruro	Oruro	53.588 km ²
Pando	Cobija	63.827 km ²
Potosí	Potosí	118.218 km ²
Santa Cruz	Santa Cruz	370.621 km ²
Tarija	Tarija	37.623 km ²

Fuente: http://censosbolivia.ine.gob.bo/portal_infantes/geografia.php?id=4

Analizando los datos anteriores, ¿podríamos decir que superficie y extensión son lo mismo? ¿Qué es en realidad una superficie?, en equipos comunitarios analizamos estas preguntas y respondemos empíricamente en el siguiente espacio:

.....

.....

.....

.....

.....

Comparemos nuestras respuestas con la lectura de la publicación del sitio web (Merino & Porto, 2009) **“Definición de SUPERFICIE”**, donde sus autores dan una explicación clara haciendo uso de ejemplos reales referentes a superficie. Considerando las actividades anteriores, en el siguiente espacio redactamos una conclusión acerca de las Superficies en geometría:

.....

.....

.....

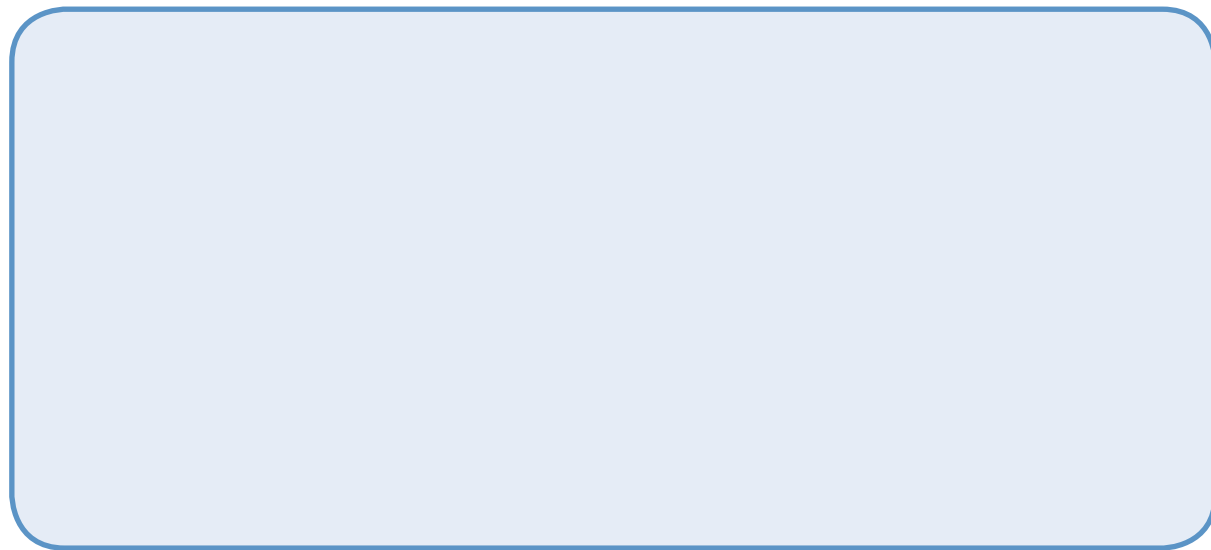
.....

.....

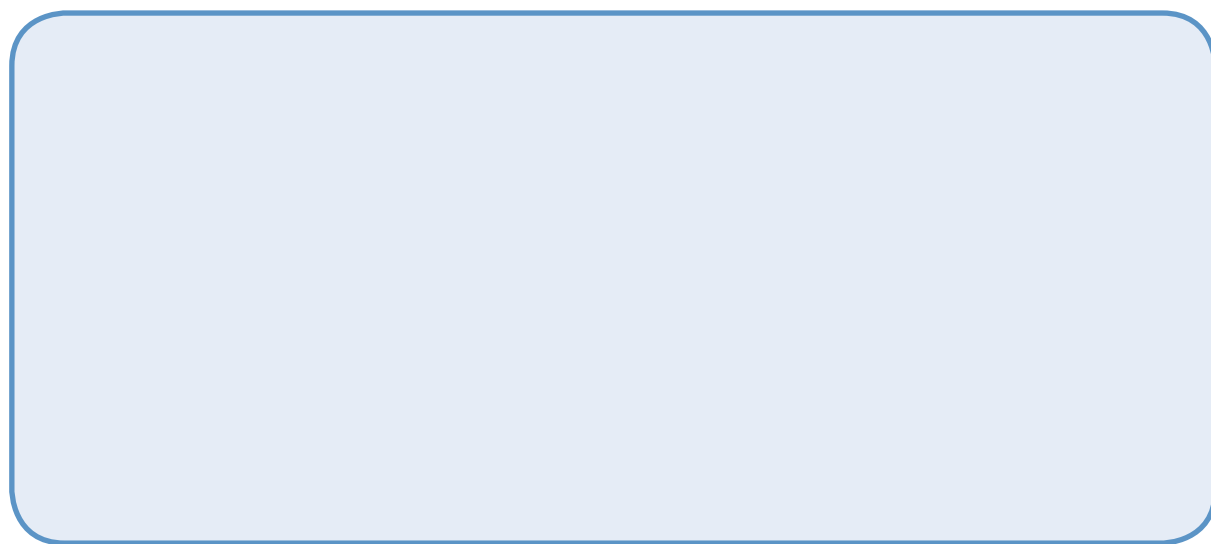
.....

5. Plano

Observemos una hoja, la superficie de una mesa, una pared lisa o la pantalla de tu computadora portátil, reflejan la idea de lo que es un plano, pero éste tiene una representación que deja más clara su definición. Entonces ¿Cómo se representa gráficamente un plano en la realidad? Propone ejemplos y grafica.



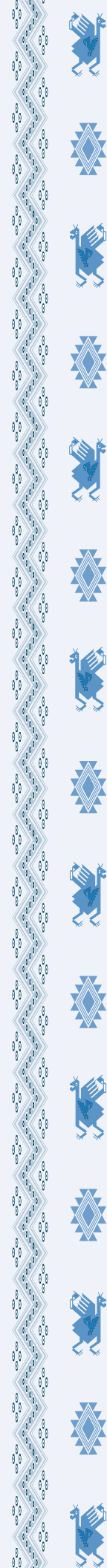
Según Goñi, 1999: *“Puede representarse por el área encerrada en un triángulo, en un cuadrado o en un círculo; sin embargo se acostumbra a representarse por un paralelogramo colocando una letra mayúscula junto a uno de los vértices...”*. Consideramos esta pequeña conceptualización y en el siguiente cuadro representamos un plano:



6. Determinación de un plano

En la primera actividad denominada “Partiendo del Contacto con la Realidad, la Experimentación y la Experiencia” habíamos graficado tres planos, utilizando rectas y/o puntos.

Ahora reforzaremos lo practicado en dicha actividad, para lo cual observaremos el video **“Geometría del Espacio. Introducción y Generalidades”** (02:11 – 04:01 min.), donde hace una introducción completa de las generalidades de la geometría del espacio y entre ellas se encuentra la determinación de un plano.



A partir de lo observado, consolidemos nuestros conocimientos. En el siguiente espacio elaboramos una síntesis acerca de la determinación de un plano, hacemos uso de lápices, bolígrafos de colores o marcadores para identificar las características en los gráficos correspondientes.

Síntesis y gráficos:



Tema 2

Posiciones Relativas de Rectas y Planos en el Espacio

“Creo que el universo es pura geometría, básicamente, una forma hermosa retorciéndose y bailando en el espacio tiempo”

Antony Garrett Lisi

¿Qué mensaje quiere darnos Garrett con esta frase? ¿Cómo podemos actuar para que las y los estudiantes puedan ver la hermosura de la geometría?

.....

.....

.....

.....

Podemos distinguir las posiciones relativas de rectas y planos, en todo ámbito de la vida, por ejemplo, podemos ver; planos paralelos en una casa, siendo el techo y el suelo los planos; rectas que se intersectan representadas por dos vías carreteras que se cruzan en determinado punto o un pilar y el suelo que representarían una recta y un plano perpendiculares.

Entonces decimos que la aplicabilidad de los contenidos de este tema es amplia, porque permite que las y los estudiantes puedan aplicar sus conocimientos en otras ramas de la matemática donde la base de su desarrollo es la Geometría del Espacio. Una de estas ramas de la matemática que tiene como base esta geometría son: el Cálculo en R_n , Geometría Analítica del Espacio, Trigonometría Esférica y Geometría Descriptiva.

Los contenidos de este tema se deben desarrollar en segundo año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva, paralelamente al tema de Espacio Geométrico Tridimensional, de acuerdo al Plan de Estudios. La o el maestro, podrá desarrollar los contenidos de este tema relacionándolos con espacios de su propio contexto, haciendo más fácil y simple la asimilación de conocimientos por parte de las y los estudiantes.

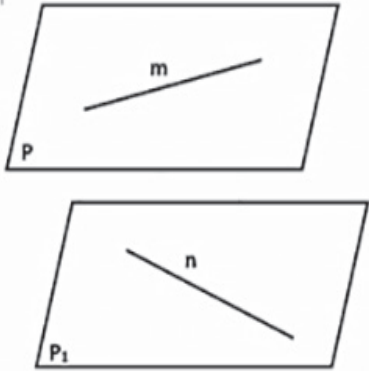
Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico

Será importante que durante el desarrollo de los siguientes contenidos, recurrir constantemente

al diálogo con los autores de las bibliografías propuestas en cada actividad, puesto que no sólo es importante el conocimiento empírico de las y los participantes, sino que también es relevante afirmar esos saberes con ayuda del conocimiento científico que nos proporcionan estos autores.

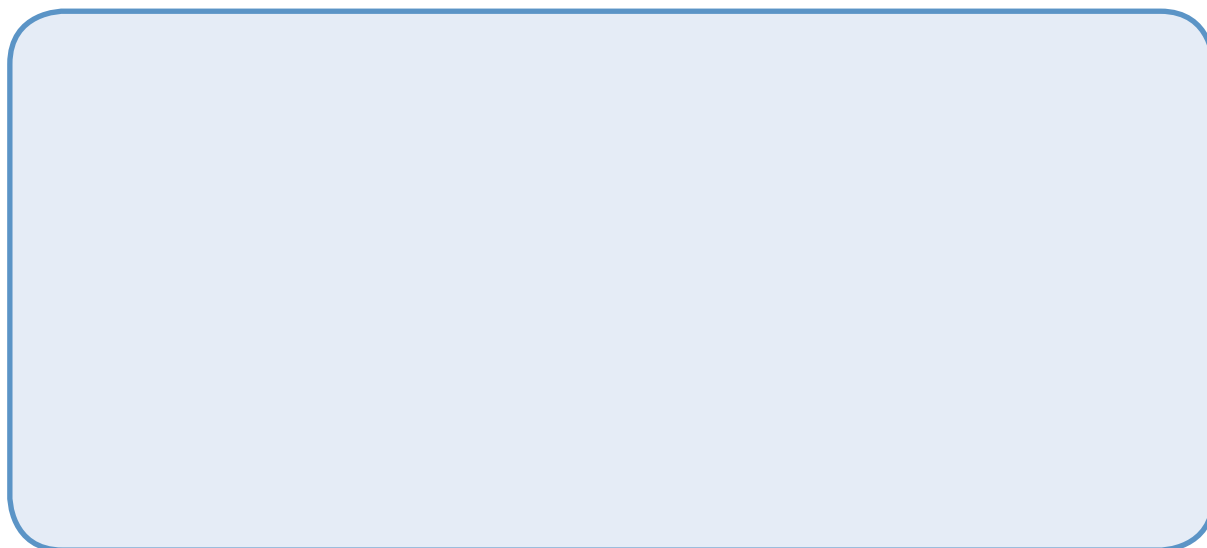
1. Posiciones relativas de dos rectas en el espacio

Completemos la siguiente tabla, aplicando lo que se explica en el video **“Geometría del Espacio. Introducción y Generalidades”** (04:03 – 05:51 min.), en el mismo podremos comprender las cuatro posiciones relativas de dos rectas en el espacio, a partir de la tabla consolidaremos nuestros conocimientos:

GRÁFICA	DEFINICIÓN	POSICIÓN RELATIVA
	Se cortan en un sólo punto.	
	Se encuentran en un mismo plano y no tienen ningún punto en común.	
		
		Coincidentes

2. Posiciones relativas de dos planos en el espacio

Analiza la siguiente imagen y a partir de ella, dibuja un espacio real de tu contexto en donde se pueda observar con claridad similares situaciones como las que se muestran en el gráfico.



Considera la imagen anterior y en el siguiente cuadro explica y grafica correctamente las posiciones relativas de dos planos en el espacio, según lo que se indica:

Paralelos:

Secantes:

Coincidentes:

Afianzamos nuestros saberes y conocimientos acerca de las posiciones relativas de dos planos, analizando el video **“Geometría del Espacio. Introducción y Generalidades”** (05:53 – 08:25 min.) y para finalizar con este contenido, en el siguientes espacio anotamos una conclusión general sobre las posiciones relativas de planos y rectas, además damos ejemplos de estrategias mediante las cuales podremos dar a conocer este contenido a las y los estudiantes.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Posiciones relativas de una recta y un plano

En los dos anteriores contenidos, pudimos analizar por separado las posiciones relativas de dos planos y dos rectas respectivamente, pero ¿cómo podríamos definir los casos que se presentan en cuanto a las posiciones relativas entre una recta y un plano?, entonces, a partir de tus conocimientos previos completa los espacios faltantes y elabora el gráfico correspondiente.



1º. Una.....y un.....son..... cuando no tiene ningún punto común con el plano.	
2º. Una recta y un.....son secantes cuando la.....tiene un.....con el plano, es decir que estas se.....	
3º. Una recta y un plano son..... cuando la recta tiene dos..... comunes con el plano, es decir que la recta está.....en el plano.	

Ahora, afianzamos y profundizamos nuestros conocimientos sobre las posiciones relativas de planos y rectas, a partir de la lectura y análisis del texto (González, 2001) ***“Posiciones relativas de rectas y planos”*** (Pág. 1 - 2) donde no sólo se presenta una explicación teórica, si no que hace referencia a las ecuaciones que forman estas posiciones relativas.

4. Rectas y planos paralelos

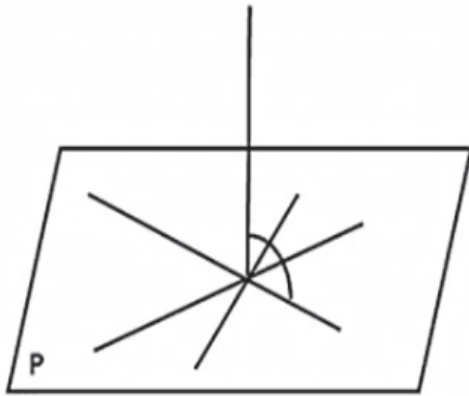
Durante el desarrollo de este contenido, será necesario aplicar algunos teoremas respectivos a rectas y planos paralelos, por lo que será necesario interpretar las demostraciones de estos teoremas.

Primero es importante tener en claro la definición de “teorema”, por lo que nos remitimos a la lectura y análisis de la siguiente definición y ejemplos:

“Definición de Teorema”

*“La palabra **Teorema** proviene del latín “theorēma”, es una verdad no obvia, pero si demostrable. Los teoremas surgen a raíz de propiedades intuitivas y tiene carácter exclusivamente deductivo, por lo cual se requiere de un tipo de razonamiento lógico (demostración) para ser aceptados con el carácter de verdades absolutas.*

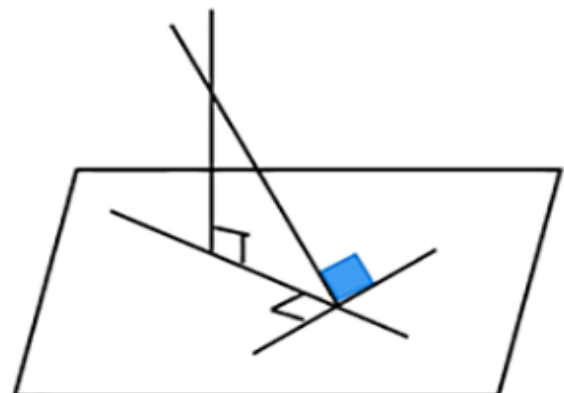
Algunos ejemplos de teorema son los siguientes: el cuadrado de la suma de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. Si un número termina en cero o en cinco es divisible por cinco.



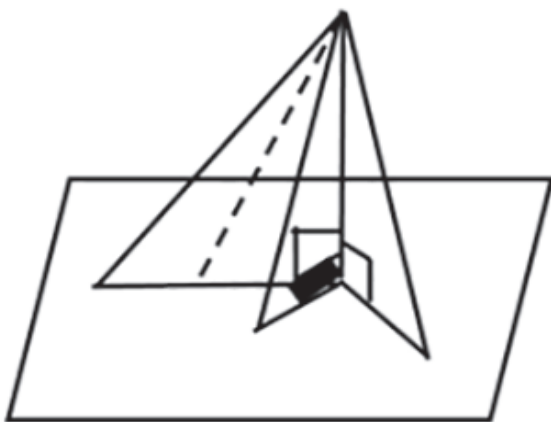
Teorema 1. “Para que una recta sea perpendicular a un plano es necesario y suficiente que sea perpendicular a dos rectas secantes del plano que pasen por el pie de la recta” (Goñi, 1999)

Demostración:

Teorema 2. Teorema de las Tres Perpendiculares. “Por el pie de una perpendicular (primera perpendicular) a un plano se traza un perpendicular (segunda perpendicular) a una recta contenida en el plano, toda recta que une un punto cualquiera de la primera, con la intersección de la segunda con la tercera, es perpendicular (tercera perpendicular) a la recta contenida en el plano” (Goñi, 1999)



Demostración:



Teorema 3. “Si desde el punto exterior a un plano se traza a éste la perpendicular y varias oblicuas, se verifica que:

1º La perpendicular es menor que todas las rectas trazadas del punto al plano.

2º Las oblicuas que se apartan igualmente del pie de la perpendicular, son iguales.

3º De dos oblicuas que se apartan igualmente del pie de la perpendicular, es mayor la que se aparta más.”
(Goñi, 1999)

Demostración:

Concluimos el desarrollo de los contenidos del tema “Posiciones Relativas de Rectas y Planos en el Espacio”, aplicando los saberes y conocimientos asimilados. Razonamos lógicamente y encontramos la solución a los siguientes problemas, de acuerdo a lo requiera el enunciado:

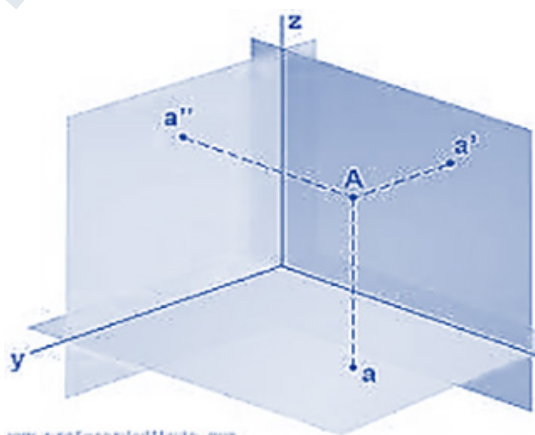
Se dan tres planos paralelos A, B y C. Una recta secante determina en A, B y C los puntos D, E y F respectivamente; de modo que: $DE=7m$ y $EF=12m$. Otra secante determina en A, B y C los puntos D', E' y F' respectivamente, de modo que: $D'F'=15m$. Hallar $E'F' - D'E'$. (Aplica el Teorema de Tales)

Indicar la proposición falsa, y justificar por qué:

- a) Una recta y un plano perpendicular a una misma recta son paralelos.
- b) Es imposible trazar desde un punto, dos perpendiculares distintas, a un mismo plano.
- c) Una recta que es paralela a dos planos que se cortan, es paralela a su intersección.
- d) Una recta que forma ángulos iguales con otras tres rectas que pasan por su pie en un plano, es paralela a dicho plano.

Tema 3

Ángulos Diedros, Triedros y Ángulo Poliedro



Los ángulos en el espacio, se forman a partir de la intersección de dos o más planos, estas intersecciones forman distintos ángulos, tales son los siguientes casos: con la intersección de dos planos se obtiene un “ángulo diedro”, con la intersección de tres planos obtenemos un “ángulo triedro” y con la intersección de más de tres planos se obtiene un “ángulo poliedro”.

Los ángulos diedros, triedros y poliedros son aplicables en todo ámbito de la vida, por ejemplo: construcciones de casas, de muebles, construcción y diseño de habitaciones, etc. Y los podemos ver en lugares como la intersección de la pared con el piso de una habitación o las esquinas superiores e inferiores de ésta y en cualquier otro objeto que tenga la forma de un poliedro.

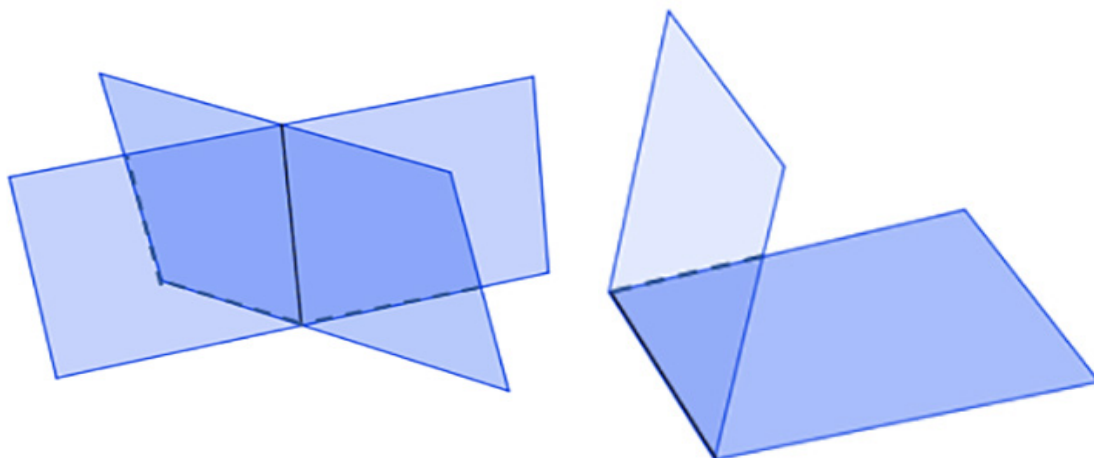
La o el maestro, a través de este tema podrá reforzar los conocimientos de las y los estudiantes en cuanto se refiere a ángulos, demostrándoles que existen otro tipo de ángulos que se presentan en un espacio tridimensional. Los contenidos de este tema se desarrollan en Segundo año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva, de acuerdo al Programa de Estudio.

La o el maestro, a través de este tema podrá reforzar los conocimientos de las y los estudiantes en cuanto se refiere a ángulos, demostrándoles que existen otro tipo de ángulos que se presentan en un espacio tridimensional. Los contenidos de este tema se desarrollan en Segundo año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva, de acuerdo al Programa de Estudio.

Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico

1. Ángulo diedros

Un ángulo diedro se determina a partir de dos planos que se cortan, por lo que el espacio que forma este corte es el “ángulo diedro”. Considerando esta pequeña definición, en los siguientes gráficos identifica los ángulos diedros:

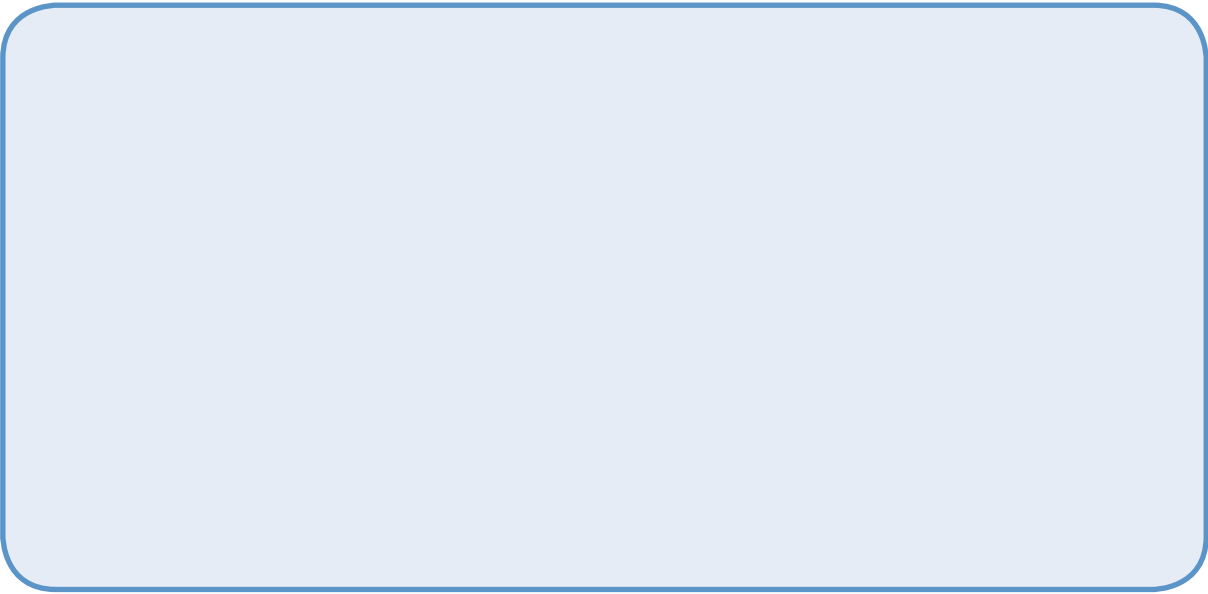


a. Elementos de un ángulo diedro y medida de un ángulo diedro

Para el estudio de los elementos de un ángulo diedro, nos remitimos a la lectura del documento (Goñi, 1999) ***“Geometría Plana y del Espacio”*** (Pág. 284) donde dedica un párrafo exclusivamente a lo ya mencionado (elementos de un ángulo diedro).

Luego de la lectura, en un gráfico señala los elementos estudiados y explica el por qué de la notación de este tipo de ángulos. Realiza la actividad en el siguiente espacio:

Para definir la medida de un ángulo diedro, analizamos la conceptualización y el teorema con su respectiva demostración, referido a este contenido que explica en el libro (Goñi, 1999) ***“Geometría Plana y del Espacio”*** (Pág. 284 - 285). Luego, en el siguiente espacio, a partir de un gráfico de elaboración propia, explicamos el teorema al que se hace referencia en la lectura:

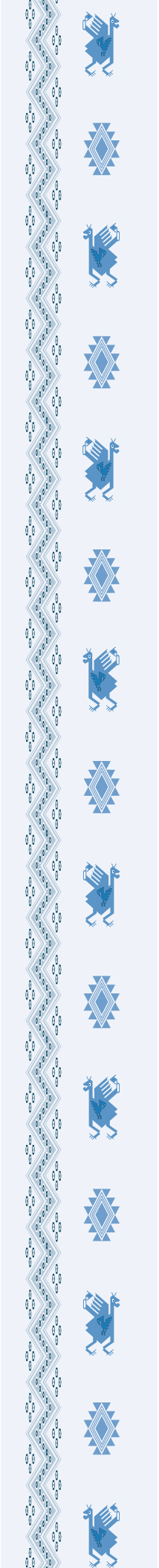


b. Clasificación de los ángulos diedros

Al igual que en los “ángulos en un plano”, los “ángulos en el espacio” tienen su propia clasificación. Para reforzar nuestros conocimientos analizamos las clasificaciones a las que hace referencia el libro (Goñi, 1999) *“Geometría Plana y del Espacio”* (Pág. 286 - 286).

Completa la siguiente tabla con los gráficos que correspondan a cada clasificación y da ejemplos reales de lugares, objetos o situaciones en las que se puedan visualizar estos ángulos.

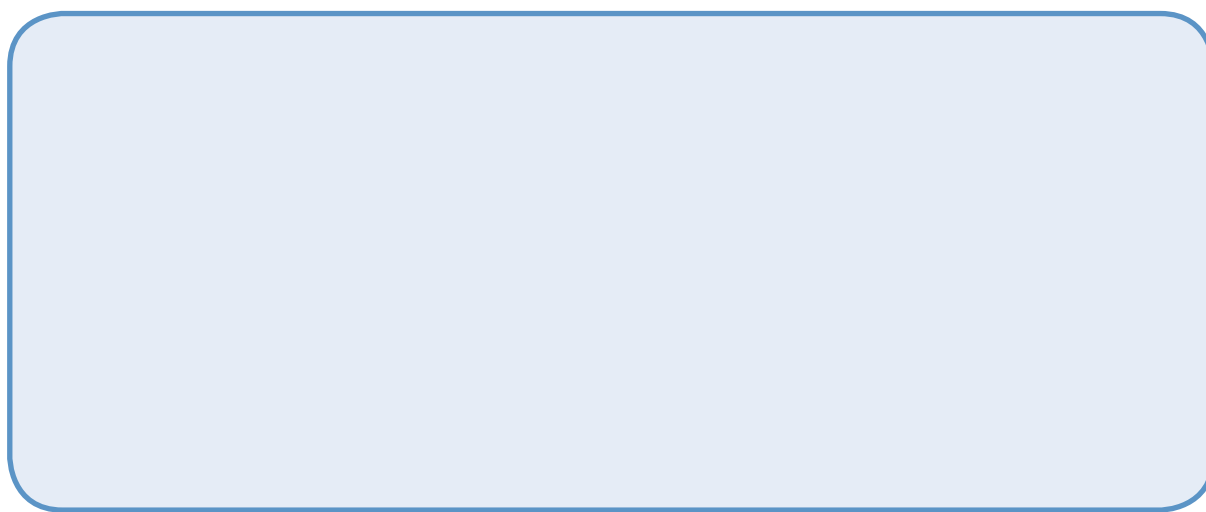
CLASIFICACIÓN		EJEMPLO
SEGÚN SU MAGNITUD		
SEGÚN SUS CARACTERÍSTICAS		



SEGÚN SU POSICIÓN		
-------------------	--	--

2. Ángulo triedro

Otro ángulo que podemos encontrar en el espacio es el Ángulo Triedro, entonces, considerando el contenido anterior y a partir de tus propias deducciones, en el siguiente espacio grafica un ángulo triedro:



Según Goñi, 1999; este ángulo se caracteriza por constar de tres caras y tres diedros, donde a las caras se les nombra con letras minúsculas igual a las mayúsculas de las aristas opuestas. Podemos decir también, que este ángulo es el más importante de los ángulos poliedros.

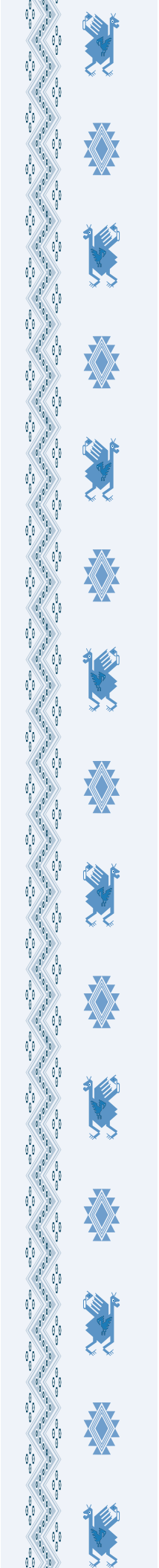
a. Clasificación

Complementa tus conocimientos referentes a la clasificación de estos ángulos, realizando la lectura de (Aguilar & Otros, 2009) *“Matemática Simplificada”* (Pág. 765) y (Goñi, 1999) *“Geometría Plana y del Espacio”* (Pág. 287), ambas lecturas establecen la clasificación de estos ángulos.

Completa la siguiente tabla con los gráficos que correspondan a cada clasificación y da ejemplos reales de lugares, objetos o situaciones en las que se puedan visualizar estos ángulos:



CLASIFICACIÓN		EJEMPLO
TRIEDRO EQUILÁTERO		
TRIEDRO ISÓSCELES		
TRIEDRO ESCALENO		
TRIEDRO RECTÁNGULO U ORTOEDRO		
TRIEDRO BIRECTÁNGULO O BIORTOEDRO		



TRIEDRO TRIRECTÁNGULO O TRIORTOEDRO		
TRIEDROS SIMÉTRICOS		
TRIEDROS SUPLEMENTARIOS		

A partir de un gráfico de elaboración propia demostramos el siguiente teorema señalando la tesis e hipótesis respectiva:

Teorema: “En todo triedro, una cara es menor que la suma de las otras dos, pero mayor que su diferencia” (Goñi, 1999)

Hipótesis:	Gráfico:
Tesis:	



Demostración:

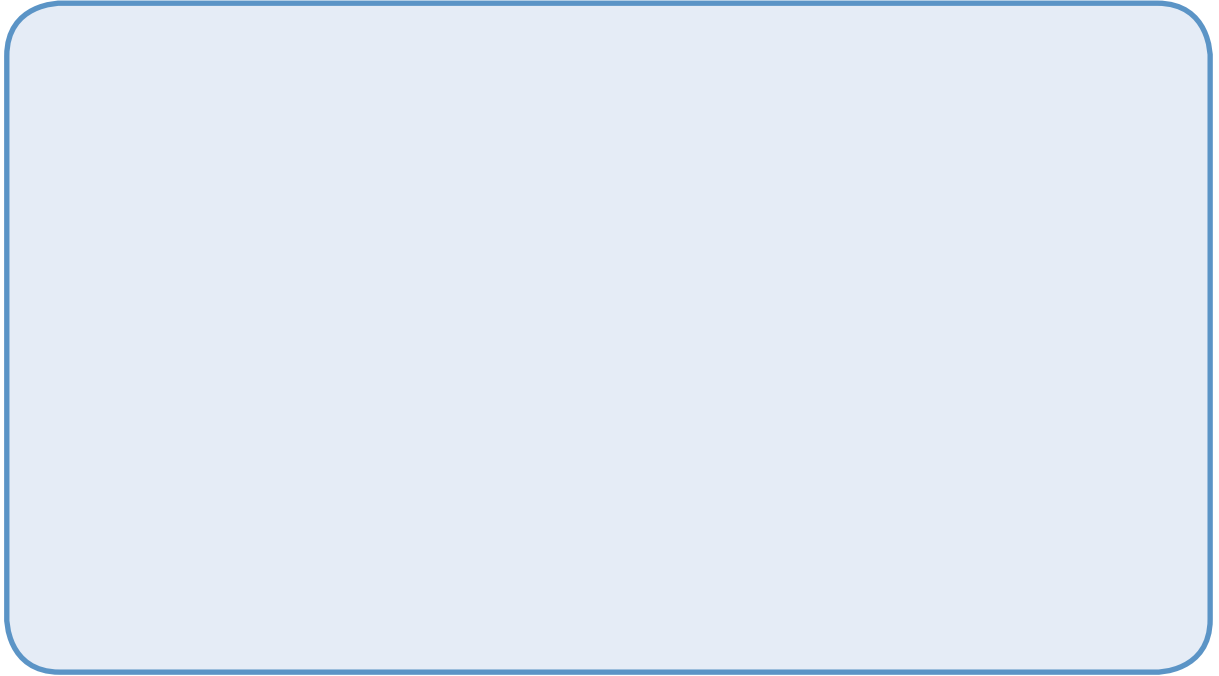
3. Igualdad de triedros

Dos triedros pueden ser iguales si cumplen ciertas propiedades. A continuación te mostramos algunos gráficos y a partir de la lectura del libro (Goñi, 1999) *“Geometría Plana y del Espacio”* (Pág. 289 - 290) analizamos las cuatro propiedades que presenta el autor. Luego realizamos lo siguiente:

A partir del análisis propuesto, en el siguiente espacio elabora una gráfica para cada propiedad de la igualdad de triedros, de igual manera descríbelas con tus propias palabras.

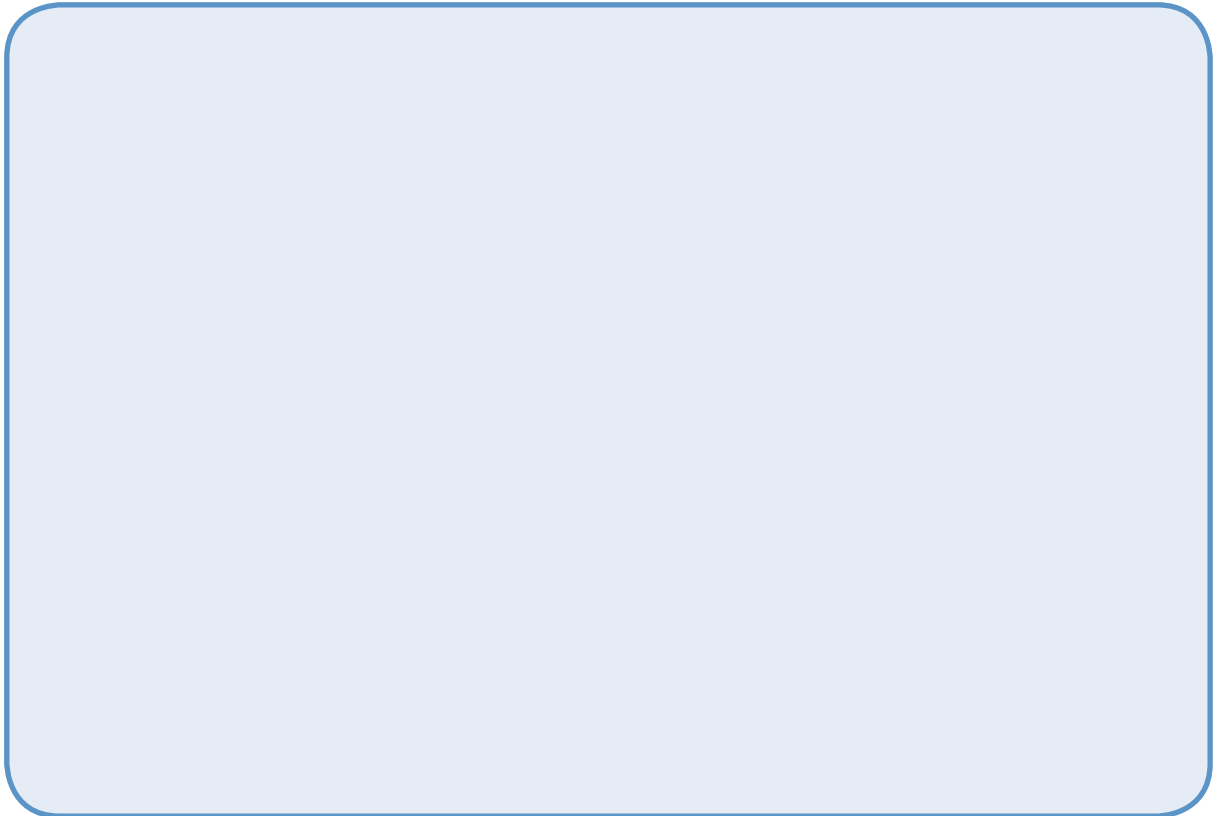
4. Ángulo poliedro

Si hemos leído atentamente la introducción al tema que estamos desarrollando, seguramente pudiste encontrar un pequeño dato acerca de los ángulos poliedros, en este sentido, demuestra tu capacidad intuitiva y deductiva, graficando un ángulo poliedro indicando sus elementos en el siguiente espacio:



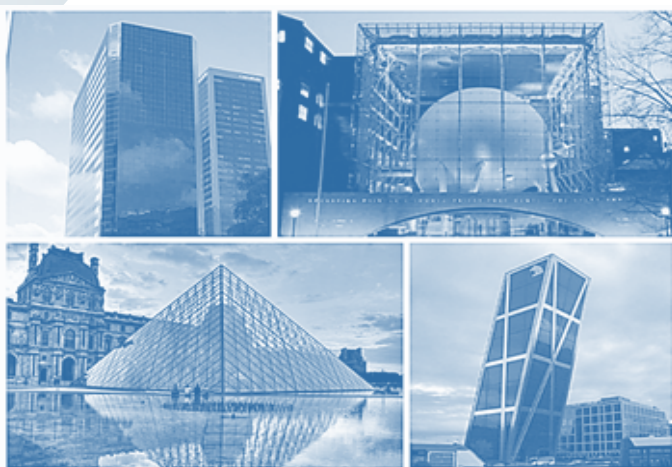
Ahora profundizamos y consolidamos nuestros conocimientos sobre ángulos poliedros, a partir del análisis de la lectura de (Goñi, 1999) *“Geometría Plana y del Espacio”* (Pág. 286), complementando con (Aguilar & Otros, 2009) *“Matemáticas Simplificadas”* (Pág. 766).

Luego, elaboramos un mapa mental gráfico sobre la clasificación de estos ángulos.



Tema 4

Poliedros



¿Qué cuerpos geométricos puedes observar en la imagen?

Anota y comparte con los demás participantes y la o el tutor:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Los cuerpos geométricos son utilizados generalmente en el dibujo técnico, modelado, y otros como el diseño de cajas de cartón, tubos de cañería, diferentes envases, contenedores, diseño de diferentes construcciones mobiliarias modernas, etc., por lo que podríamos decir que su aplicación es amplia en el campo de la arquitectura y las artes, ya que prácticamente todo lo que nos rodea está hecho a partir de cuerpos geométricos.

Este tema se desarrolla en segundo año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva, específicamente en los contenidos de Cuerpos Geométricos y Áreas y Volúmenes de estos cuerpos. La o el maestro, a partir de estos contenidos podrá fortalecer los conocimientos que las y los estudiantes tienen con respecto a geometría plana, haciendo uso de materiales novedosos que pueda conseguir en su contexto y otros que faciliten la asimilación de sus conocimientos.

Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico

A partir de la consulta constante con los diferentes autores de la bibliografía propuesta en el Dossier Digital, nos introducimos en el desarrollo formativo del tema Poliedros y sus respectivos

A 2x2 grid of 3D objects. The top-left object is a simple rectangular box. The top-right object is a die with white pips on its faces. The bottom-left object is a pyramid with horizontal stripes. The bottom-right object is a traffic cone with alternating black and white stripes.

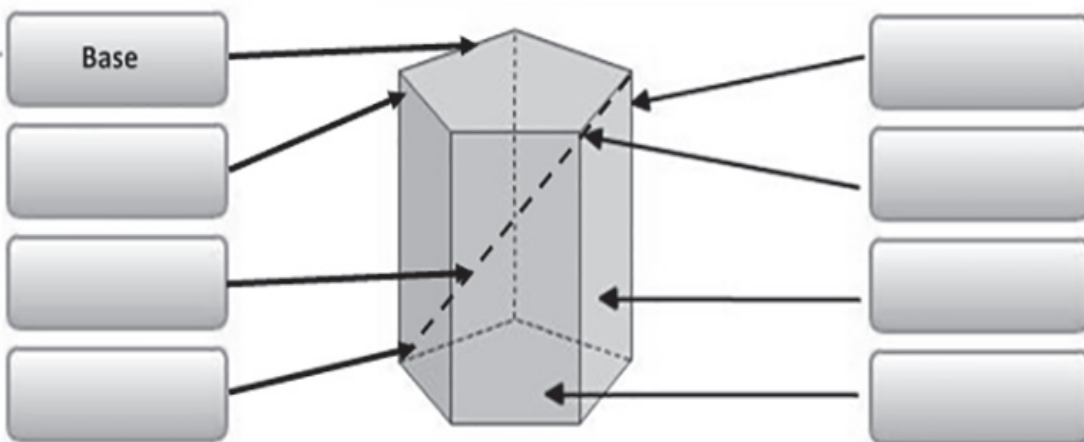
Observa y analiza los siguientes objetos y a partir de estos escribe una definición de Poliedro:

[illegible]

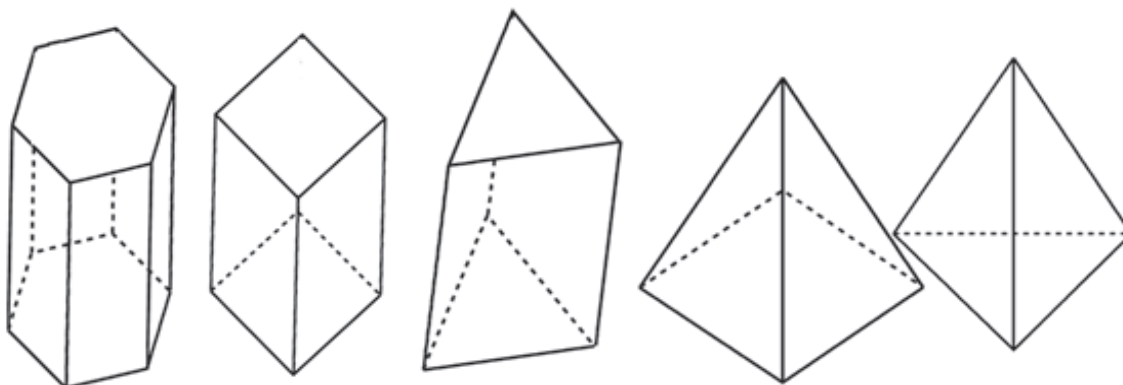
cuatro o más polígonos planos.

Considerando las tres anteriores definiciones de Poliedros, en el siguiente espacio grafica todos los poliedros que conozcas y los que podemos ver en nuestra realidad.

A partir de tus propios conocimientos, en la siguiente imagen completa los elementos principales de un poliedro, para lo cual puedes apoyarte leyendo el texto (Aguilar & Otros, 2009) ***“Matemáticas Simplificadas”*** (Pág. 767) donde especifica e indica claramente todos los elementos de un poliedro.



De acuerdo a lo que indica Goñi, (1999); un poliedro se denota por las letras de su vértice, entonces ¿cuál sería la notación de los siguientes poliedros?



--	--	--	--	--

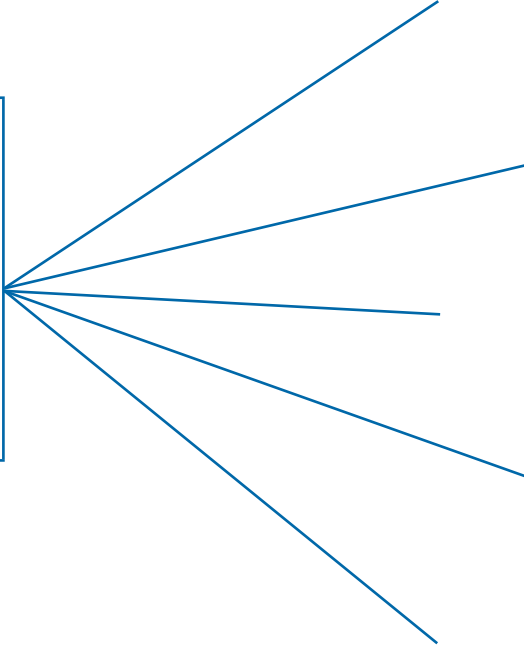
3. Clasificación de los poliedros

Los poliedros al igual que los polígonos, tienen múltiples clasificaciones, según el número de sus caras, la disposición de ellas, etc.

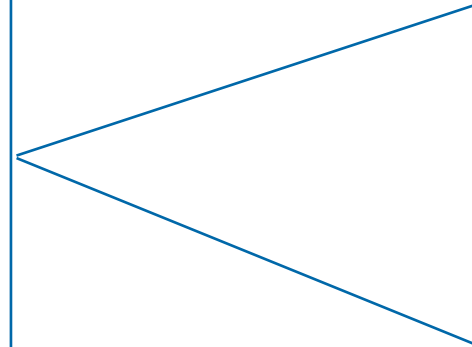
Por lo que para profundizar nuestros conocimientos nos remitimos a la lectura y análisis de todo lo referente a clasificación de poliedros que presenta (Goñi, 1999) ***“Geometría Plana y del Espacio”*** (Pág. 295 - 296).

Luego completamos el siguiente esquema, pero utilizamos sólo imágenes:

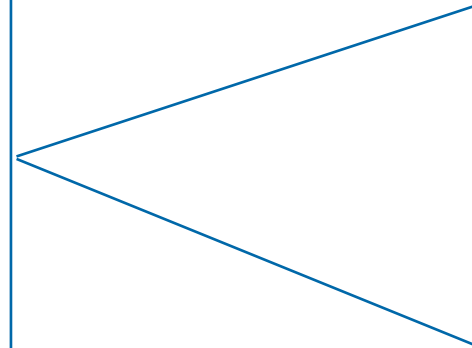
POR EL NÚMERO DE CARAS



POR LA RELACIÓN DE SUS CARAS



POR LA DISPOSICIÓN DE SUS CARAS



Considerando todo lo visto anteriormente, menciona en el siguiente espacio; objetos, construcciones o situaciones en las que podamos evidenciar y observar la presencia de estos poliedros en nuestra vida.

.....

.....

.....

.....

4. Poliedros regulares (Sólidos de Platón)

Leamos atentamente lo siguiente:

SÓLIDOS PLATÓNICOS

“Dentro de las infinitas formas poliédricas que existen hay unas que, por sus simetrías, han ejercido siempre una gran atracción sobre los hombres.

Se trata de los poliedros regulares, cuyas caras son polígonos regulares iguales entre sí y en cuyos vértices concurren el mismo número de caras.

Platón, en su obra Timaeus, asoció cada uno de los cuatro elementos que según los griegos formaban el Universo, fuego, aire, agua y tierra a un poliedro: fuego al tetraedro, aire al octaedro, agua al icosaedro y tierra al hexaedro o cubo.

Finalmente asoció el último poliedro regular, el dodecadro, al Universo. Por este motivo estos poliedros reciben el nombre de sólidos platónicos. Puedes observar una representación de los poliedros realizada por Kepler, en la que aparece representada esta asociación.

Los prefijos Tetra, Hexa, Octa, Dodeca e Icosa que dan nombre a los cinco poliedros regulares indican el número de polígonos (caras) que forman el cuerpo”.



<http://www.iessandoval.net/>

Ahora, veamos algunas características de estos poliedros en el texto (Aguilar & Otros, 2009) **“Matemáticas Simplificadas”** (Pág. 768), complementando con (Jimenes, s. f.) **“Áreas y Volúmenes de Cuerpos Geométricos”** (Pág. 2), donde en ambos documentos se describe cada

poliedro o cuerpo geométrico. En el siguiente espacio dibuja o pega recortes de objetos reales de nuestro contexto que tengan la forma de los Sólidos de Platón.

5. Propiedades de los poliedros

Los poliedros cumplen con ciertas propiedades, en donde intervienen dos teoremas importantes. En este sentido demuestra gráfica y analíticamente dichos teoremas.

Teorema de Euler: “En todo poliedro se verifica que: el número de caras más el número de vértices es igual al número de aristas más dos” (Goñi, 1999).

Hipótesis:	Gráfico:
Tesis:	



Demostración:

Teorema: “En todo poliedro, la suma de los ángulos de todas las caras es igual a 360° , multiplicado por el número de vértices más dos” (Goñi, 1999)

Hipótesis:

Gráfico:

Tesis:

Demostración:

6. Prisma

Generalmente en los libros de matemáticas de nivel secundario usualmente sólo hablan de los prismas rectos, y en algunas ocasiones cuando dicen prisma se refieren al prisma recto. Pero en realidad puede existir diversidad de prismas.

En este sentido hacemos un análisis sobre todo lo referente al prisma, como ser: definición, elementos, clasificación, paralelepípedos, áreas, etc., que hace referencia el libro (Goñi, 1999) “**Geometría Plana y del Espacio**” (Pág. 303 - 314). Luego, ponemos a prueba lo asimilado y resolvemos los siguientes problemas:

Hallar el área total de un prisma recto de base triangular rectangular, cuya base tiene 2 m de lado y la altura del prisma es de 12 m.

La arista de un icosaedro es de 1 m. Calcular el área total.

7. Pirámide y tronco de pirámide

Leamos atentamente las siguientes definiciones:

“La pirámide es un poliedro que tiene una sola base y tantas caras laterales en forma de triángulos como lados tenga la base y que se unen en un punto denominado vértice” Fuente: <http://www.aulafacil.com>

“Es el cuerpo geométrico que resulta al acortar una pirámide por un plano paralelo a la base y separar la parte que contiene al vértice”. Fuente: <http://www.vitutor.com>

Con estas definiciones comenzaremos a desarrollar los cuerpos geométricos pirámide y tronco de pirámide. Ahora observamos el video **“M.2.11.T.2 - Prisma, pirámide y tronco de pirámide”** (04:54 – 09:13 min.) y profundizamos analizando el libro (Goñi, 1999) **“Geometría Plana y del Espacio”** (Pág. 317 - 334); luego ponemos a prueba lo asimilado y resolvemos los siguientes problemas:

El lado de base cuadrada de una pirámide triangular regular mide 6 pulg. la altura de la pirámide mide 10 pulg. una sección transversal está a 4 pulg. del vértice. Calcular el área de la sección.

El lado de la base de una pirámide de base hexagonal es de 6 m y la altura de la pirámide es de 12 m. Calcular el área lateral.	
---	--

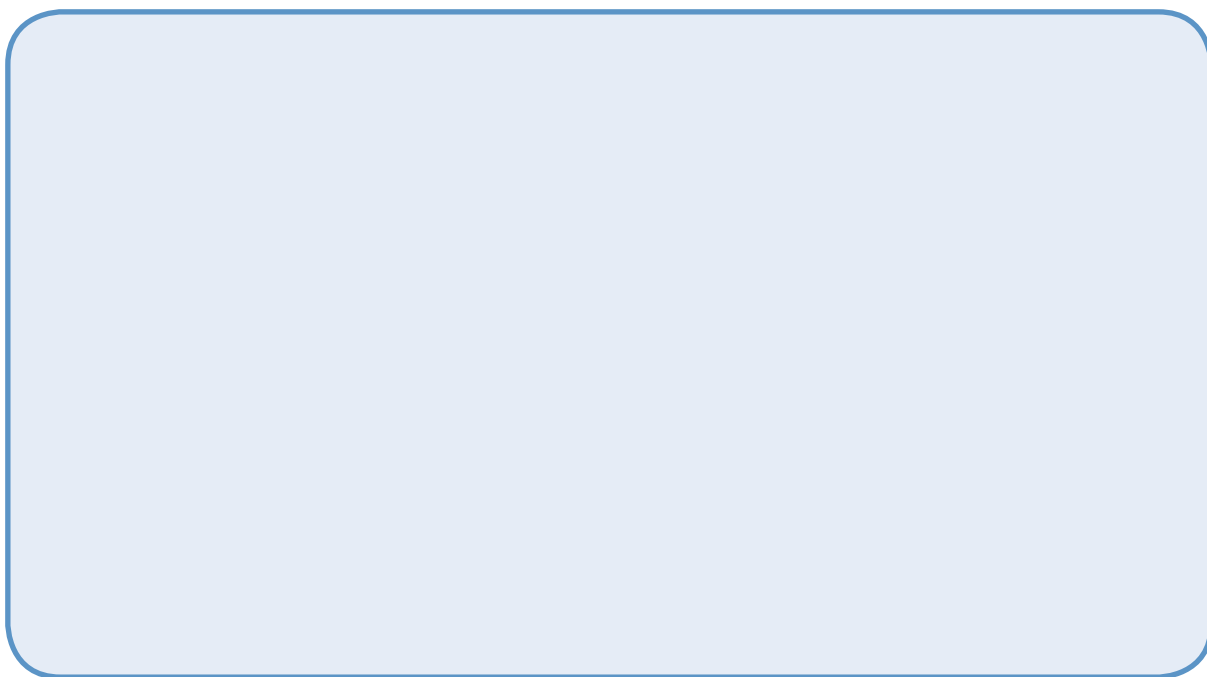
8. Cuerpos de revolución: esfera, cilindro, cono y tronco de cono

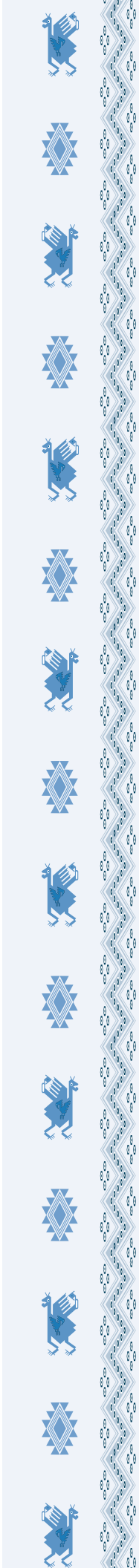
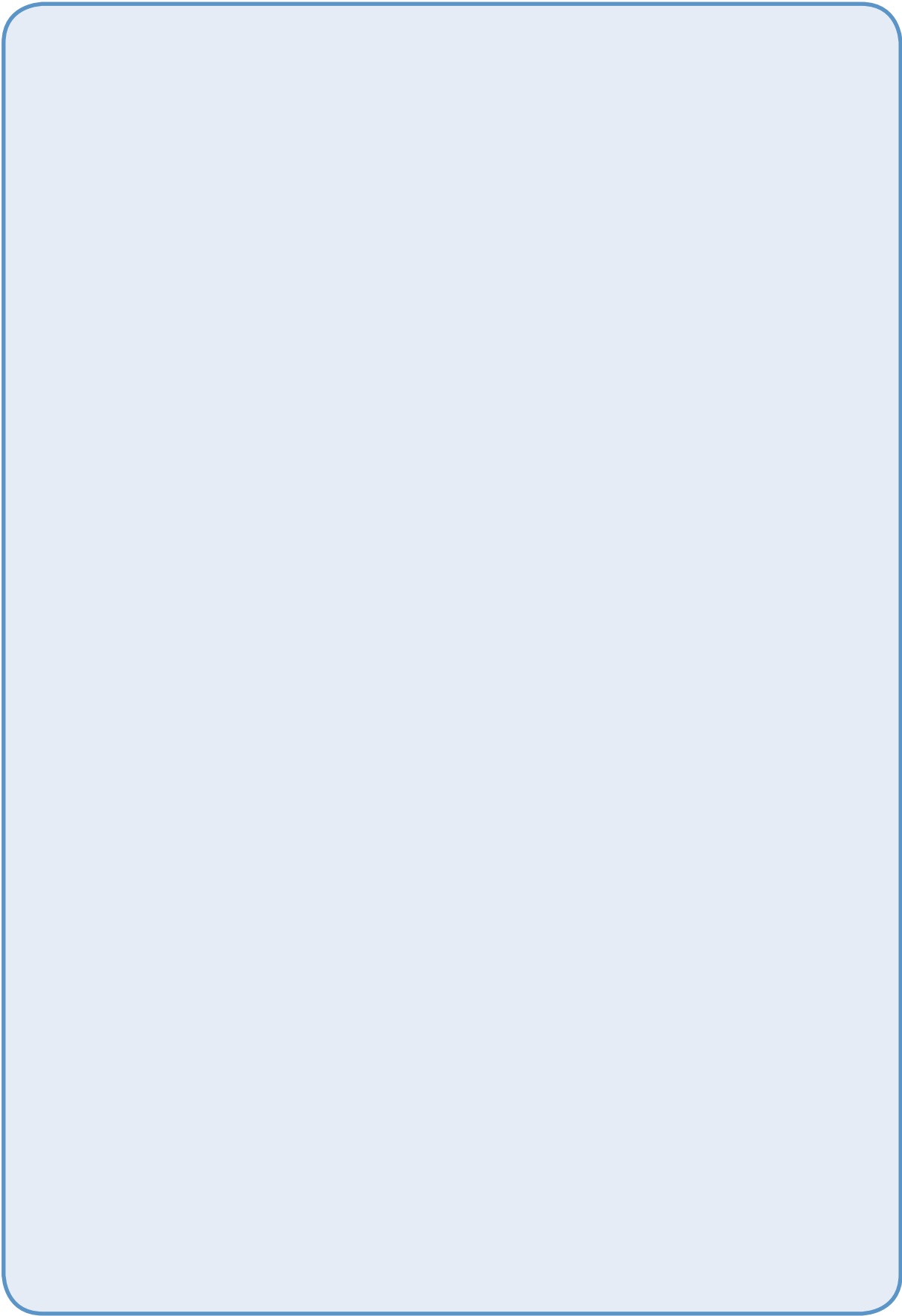
Los cuerpos de revolución son también conocidos como cuerpos redondos. Los cuerpos redondos son aquellos que tienen, al menos, una de sus caras o superficies de forma curva, se denominan cuerpos de revolución porque pueden obtenerse a partir de una figura que gira alrededor de su eje. Cuando giramos una línea (curva o recta) alrededor de su eje, se genera una superficie de revolución. La línea que genera la superficie se llama generatriz.

“Las circunferencias perpendiculares al eje se llaman paralelos de la superficie. Los planos que contienen al eje cortan a la superficie determinando los meridianos. A partir de la superficie de revolución se generan diferentes sólidos que se llamarán sólidos de revolución.” (Daniel, 2010)

Comenzamos el desarrollo este contenido observando el video **“Geometría: Cuerpos redondo cap9”** (00:01 – 08.06 min.) complementado nuestros conocimientos sobre todo lo referente a cilindros, cono, tronco de cono y esfera, a partir del análisis de (Goñi, 1999) **“Geometría Plana y del Espacio”** (Pág. 336 – 376).

Ahora para consolidar nuestros conocimientos, resolvemos los problemas 1 y 6 (Pág. 342); 2 y 3 (Pág. 356); 5 y 8 (Pág. 376) del libro citado.







Orientaciones para la Sesión de Concreción



Las Concreciones nos muestran la puesta en acción y aplicación de los procesos práctico/teóricos y teóricos/prácticos abordados durante las sesiones presenciales y de auto formación, lo que implica que debemos enfocar la concreción en el actual Modelo Educativo, mediante un conjunto de estrategias y/o actividades.

En la sesión de concreción se presentan dos momentos, que de igual manera son importantes para la consolidación de nuestros conocimientos y su debida aplicación:

1. Autoformación para profundizar las lecturas complementarias:

En la concreción del proceso de autoformación, debemos tener en cuenta las lecturas recomendadas para profundizar los conocimientos de la presente Unidad de Formación, de igual manera observaremos y analizaremos detenidamente los videos y realizamos los ejercicios prácticos que deben ser resueltos a la brevedad posible. Toda esta bibliografía de profundización la proponemos en anexos.

2. Trabajo con las y los estudiantes para articular con el desarrollo curricular y relacionarse e involucrarse con el contexto:

Deben aplicarse los contenidos de la Unidad de Formación, de acuerdo a las actividades que se propone, por lo que es importante que la concreción se lleve a cabo con las y los estudiantes, pero también con la comunidad y en beneficio de ella.

De igual manera, para concretizar las prácticas de formación en espacios pedagógicos, se recomienda, a la o el maestro, tomar en cuenta los objetivos del Proyecto Socio Comunitario Productivo de la Unidad Educativa, en el marco del Modelo Educativo.

A continuación, se proponen las siguientes actividades de concreción, que a partir de un Plan de Desarrollo Curricular, debes realizar junto a las y los estudiantes:

- a) Organiza junto a tus estudiantes, un “Taller de Construcción de Materiales”, en donde los materiales a construir serán modelos de los planos, rectas, ángulos y poliedros estudiados, tomando en cuenta siempre, nuestro contexto y realidad misma.



- b) El taller debe contar con diferentes equipos de trabajo.
- c) Cada equipo deberá llenar una ficha de trabajo para cada construcción. La ficha debe puntualizar lo siguiente.
 - Apellidos y Nombres de las/los miembros del equipo:
 - Objetivo:
 - Actividad: Construcción de.....
 - Material:
 - Procedimiento:
- d) Los materiales a utilizar deben ser preferentemente reciclables y de reutilización, pero se deja a consideración de la o el maestro, e incluso pueden variar algunas construcciones a partir del uso de softwares como Cabri 3D o GeoGebra.
- e) Cada equipo deberá realizar maquetas con construcciones modernas donde se haga uso de los cuerpos geométricos.
- f) Todo el producto se debe exponer a la comunidad socializando claramente todos los elementos de geometría del espacio.

Al finalizar el desarrollo de la concreción, recuerde que debe sistematizar toda la experiencia que vivió durante el proceso formativo relacionado con la Unidad de formación “Geometría del espacio”.



Orientaciones para la Sesión de Socialización



Durante todo este proceso que se planteado en la presente guía a través de diferentes actividades formativas, debe tener como resultado la apropiación de los contenidos abordados.

La o el tutor a cargo deberá realizar la evaluación correspondiente a la Unidad de Formación “Geometría del Espacio”, de acuerdo a los siguientes parámetros:

- Evaluación de Evidencias
 - Revisión de toda la evidencia relacionada a las actividades de concreción a partir de la bibliografía propuesta en la guía y otras que hubiesen sido sugeridas.
 - También están las evidencias de la concreción, como ser: Fichas de trabajo, videos, fotografías, cuadernos de campo, apuntes (considerando que los apuntes son la producción propia de las y los participantes), planes de desarrollo curricular, maquetas, etc.
- Evaluación de la socialización de la concreción
 - Se debe socializar el cómo y a partir de qué se hizo la articulación de los contenidos con la malla curricular, el Plan de desarrollo Curricular y el proyecto Sociocomunitario de la Unidad Educativa.
 - El uso y construcción de materiales y su adecuación a los contenidos.
 - La aceptación e involucramiento de las y los estudiantes y la comunidad en el trabajo realizado.
 - El o los productos tangibles e intangibles, que se originaron a partir de la concreción.
 - Conclusiones.
- Evaluación Objetiva:
 - Será una evaluación individual, en donde la y el participante debe tomar en cuenta todo lo desarrollado en la presente Unidad de Formación.



Bibliografía

- Aguilar & Otros. (2009). *Matemáticas Simplificadas*. México: PEARSON EDUCACIÓN.
- González. (2001). *Posiciones relativas de rectas y planos*. Obtenido de http://www.xtec.cat/~fgonzal2/posiciones_rectas_planos.htm
- Goñi. (1999). *Geometría Plana y del Espacio*. Perú: INGENIEROS E. I. R. L.
- Jimenes. (s. f.). *Áreas y Volúmenes de Cuerpos Geométricos*. Obtenido de Matemáticas por las calles de Ronda: www.matesxronda.net
- Lasso. (3 de julio de 2015). *Cuerpos Geométricos: Definición y Tipos*. Obtenido de <http://arte.about.com/od/Que-es-el-arte/fl/Cuerpos-geometricos.htm>
- Merino & Porto. (2009). *Definición de Superficie*. Obtenido de <http://definicion.de/superficie/>
- pinae.files.wordpress.com. (s. f.). *"Matemática II: Tema 6. Puntos, Rectas y Planos en el Espacio"*. Obtenido de [t6-puntos rectas-y-planos-en-espacio: https://pinae.files.wordpress.com/2011/12/t6-puntosrectas-y-planos-en-es-pacio.pdf](https://pinae.files.wordpress.com/2011/12/t6-puntosrectas-y-planos-en-es-pacio.pdf)
- Porto & Gardey. (2009). *Definición de Teorema*. Obtenido de <http://definicion.de/teorema/>
- recursostic.educacion.es. (s.f.). *¿Qué es Sistema de Coordenadas?*. Obtenido de http://recursostic.educacion.es/newton/web/materiales_didacticos/sist_ref/sist_ref.html
- sites.google.com. (s.f.). *Tema: Espacio Bidimensional y Tridimensional*. Obtenido de [www.sites.google.com: http://sites.google.com/site/rossymen79/espacio-bidimensional-y-tridimensional](http://sites.google.com/site/rossymen79/espacio-bidimensional-y-tridimensional)

Anexo

ESPECIALIDAD: MATEMÁTICA UNIDAD DE FORMACIÓN: GEOMETRÍA DEL ESPACIO

Temas	Utilidad para la o el maestro	Aplicabilidad en la vida	Contenidos	Bibliografía de profundización
Generalidades y Definiciones	El punto, la recta y el plano, al formar parte del espacio geométrico, son también la base fundamental en el desarrollo formativo de la geometría y de sus muchas aplicaciones. Por esta razón la o el maestro debe generar nuevas estrategias metodológicas, mediante las cuales, las y los estudiantes puedan comprender y asimilar los contenidos relacionados a puntos, rectas y planos en el espacio. Este tema se desarrolla en segundo año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva específicamente Espacio Geométrico Tridimensional, puesto que es importante asimilar los contenidos de Geometría del Espacio de acuerdo al Programa de Estudio, comenzando de lo más elemental como lo es el sistema de coordenadas, rectas, planos y las respectivas ecuaciones de estos dos últimos.	La geometría del espacio puede tener diferentes aplicaciones en la vida, tal es el caso del sistema de coordenadas cartesianas (x, y, z), se puede aplicar cuando se desea ubicar las coordenadas de algún objeto que se desee encontrar, en la física por ejemplo se aplica para ubicar vectores, puntos, ubicación geográfica, etc.	<ul style="list-style-type: none"> • Espacio sites.google.com. (s.f). Tema: Espacio Bidimensional y Tridimensional. Obtenido de www.sites.google.com: http://sites.google.com/site/rossymen79/espacio-bidimensional-y-tridimensional • Sistemas de coordenadas en el espacio pinae.files.wordpress.com. (s. f). “Matemática II: Tema 6. Puntos, Rectas y Planos en el Espacio” Obtenido de https://pinae.files.wordpress.com/2011/12/t6-puntosrectas-y-planos-en-espacio.pdf • Cuerpo Geométrico Lasso. (3 de julio de 2015). Cuerpos Geométricos: Definición y tipos. Obtenido de http://arte.about.com/od/Que-es-el-arte/fl/Cuerpos-geometricos.htm (Pág. 1) • Superficie Merino & Porto. (2009). Definición de Superficie. Obtenido de http://definicion.de/: http://definicion.de/superficie/ • Plano • Determinación de un plano Video “Geometría del Espacio. Introducción y Generalidades” (02:11 – 04:01 min.) https://www.youtube.com/watch?v=U4SZTKuFLM0 	<p>recursos.tic.educacion.es. (s.f.). ¿Qué es Sistema de Referencias?. Obtenido de http://recursos.tic.educacion.es/new-ton/web/materiales_didacticos/sist_ref/sist_ref.html</p> <p>Gofii. (1999). Geometría Plana y del Espacio. Perú: INGENIEROS E. I. R. L.</p>

<p>Posiciones Relativas De Rectas y Planos en el Espacio</p>	<p>Los contenidos de este tema se deben desarrollar en segundo año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva, paralelamente al tema de Espacio Geométrico Tridimensional, de acuerdo al Programa de Estudio.</p> <p>La o el maestro, podrá desarrollar los contenidos de este tema relacionándolos con espacios de su propio contexto, haciendo más fácil y simple la asimilación de conocimientos de las y los estudiantes.</p>	<p>Las posiciones relativas de rectas y planos, se encuentran en todo ámbito de la vida, por ejemplo, podemos ver; planos paralelos en una casa, siendo el techo y el suelo los planos; rectas que se intersectan representadas por dos vías carreteras que se cruzan en determinado punto o un pilar y el suelo que representarían una recta y un plano perpendiculares. Entonces decimos que la aplicabilidad de los contenidos de este tema es amplia, puesto que fortalece la creatividad en las y los estudiantes y le permite aplicar sus conocimientos en otras ramas de la matemática donde la base de su desarrollo es la Geometría del Espacio.</p> <p>Una de estas ramas de la matemática que tiene como base esta geometría son: el Cálculo en R_n, Geometría Analítica del Espacio, Trigonometría Esférica y Geometría Descriptiva.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Posiciones relativas de dos rectas en el espacio Video “<i>Geometría del Espacio. Introducción y Generalidades</i>” (04:03 – 05:51 min.) https://www.youtube.com/watch?v=U4SZTKuFLM0 • Posiciones relativas de dos planos en el espacio Video “<i>Geometría del Espacio. Introducción y Generalidades</i>” (05:53 – 08:25 min.) https://www.youtube.com/watch?v=U4SZTKuFLM0 • Posiciones relativas de una recta y un plano Gonzáles. (2001). <i>Posiciones relativas de rectas y planos</i>. Obtenido de http://www.xtec.cat/~fgonzal2/posiciones_rectas_planos.htm (Pág. 1 - 2) • Rectas y planos paralelos Goñi. (1999). <i>Geometría Plana y del Espacio</i>. Perú: INGENIEROS E. I. R. L. (Pág. 268 - 269) • Rectas y planos perpendiculares 	<p>Goñi. (1999). <i>Geometría Plana y del Espacio</i>. Perú: INGENIEROS E. I. R. L.</p>
--	---	---	--	---



Ángulos Diedros y Triedros	<p>La o el maestro, a través de este tema podrá reforzar los conocimientos de las y los estudiantes en cuanto se refiere a ángulos, demostrándoles que existen otro tipo de ángulos que se presentan en un espacio tridimensional. Los contenidos de este tema se desarrollan en Segundo año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva, de acuerdo al Programa de Estudio.</p>	<p>Los ángulos diedros, triedros y poliedros son aplicables en todo ámbito de la vida, por ejemplo: construcciones de casas, de muebles, construcción y diseño de habitaciones, etc. Y los podemos ver en lugares como la intersección de la pared con el piso de una habitación, las esquinas superiores e inferiores de éstas y en cualquier otro objeto que tenga la forma de un poliedro.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Ángulo diedro<ul style="list-style-type: none">a) Elementos de un ángulo diedro y medida de un ángulo diedro Goñi. (1999). <i>Geometría Plana y del Espacio</i>. Perú: INGE-NIEROS E. I. R. L. (Pág. 284) y (Pág. 284 - 285)b) Clasificación de los ángulos diedros Goñi. (1999). <i>Geometría Plana y del Espacio</i>. Perú: INGE-NIEROS E. I. R. L. (Pág. 286 - 286).• Ángulo triedro<ul style="list-style-type: none">a) Clasificación Aguilar & Otros. (2009). <i>Matemáticas Simplificadas</i>. México: PEARSON EDUCACIÓN. (Pág. 765)Goñi. (1999). <i>Geometría Plana y del Espacio</i>. Perú: INGE-NIEROS E. I. R. L. (Pág. 287)• Igualdad de triedros Goñi. (1999). <i>Geometría Plana y del Espacio</i>. Perú: INGE-NIEROS E. I. R. L. (Pág. 289 - 290)• Ángulos poliedros (anguloides) Goñi. (1999). <i>Geometría Plana y del Espacio</i>. Perú: INGE-NIEROS E. I. R. L. (Pág. 286)Aguilar & Otros. (2009). <i>Matemáticas Simplificadas</i>. México: PEARSON EDUCACIÓN. (Pág. 766)	<p>Doménech, (2003). <i>Poliedros Regulares Geometría Descriptiva 2ª edición</i>. Departamento de Expresión Gráfica y Cartografía. Escuela Politécnica Superior. Universidad de Alicante Editorial Club Universitario. España.</p> <p>Colman, (s. f.). <i>Geometría del espacio (2da parte)</i>. 2do Magisterio IFD Canelones.</p>
----------------------------	---	---	--	--



<p>Poliedros</p>	<p>Este tema se desarrolla en segundo año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva, específicamente en los contenidos de Cuerpos Geométricos y Áreas y Volúmenes de estos cuerpos.</p> <p>La o el maestro, a partir de estos contenidos podrá fortalecer los conocimientos que las y los estudiantes tienen con respecto a geometría plana, haciendo uso de materiales novedosos que pueda conseguir en su contexto y otros que faciliten la asimilación de sus conocimientos.</p>	<p>Los cuerpos geométricos son utilizados generalmente en el dibujo técnico, modelado, y otros como el diseño de cajas de cartón, tubos de cañería, diferentes envases, contenedores, diseño de diferentes construcciones mobiliarias modernas, etc., por lo que podríamos decir que su aplicación es amplia en el campo de la arquitectura y las artes.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Definición • Elementos principales de un poliedro Aguilar & Otros. (2009). <i>Matemáticas Simplificadas</i>. México: PEARSON EDUCACIÓN. (Pág. 767) • Clasificación de los poliedros Goñi. (1999). <i>Geometría Plana y del Espacio</i>. Perú: INGENIEROS E. I. R. L. (Pág. 295 - 296) • Poliedros regulares (Sólidos de Platón) Aguilar & Otros. (2009). <i>Matemáticas Simplificadas</i>. México: PEARSON EDUCACIÓN. (Pág. 768) • Áreas y Volúmenes de Cuerpos Geométricos. Obtenido de Matemáticas por las calles de Ronda: www.matesxronda.net (Pág. 2) • Propiedades de los poliedros • Prisma Goñi. (1999). <i>Geometría Plana y del Espacio</i>. Perú: INGENIEROS E. I. R. L. (Pág. 303 - 314) • Pirámide y tronco de pirámide Video “M.2.11.7.2 - Prisma, pirámide y tronco de pirámide” (04:54 – 09:13 min.) https://www.youtube.com/watch?v=CZEKRWiacYA • Cuerpos de revolución: esfera, cilindro, cono y tronco de cono Video “Geometría: Cuerpos redondo cap9” (00:01 – 08:06 min.) https://www.youtube.com/watch?v=MLJd3TthxoY • Cuerpos de revolución: esfera, cilindro, cono y tronco de cono Goñi. (1999). <i>Geometría Plana y del Espacio</i>. Perú: INGENIEROS E. I. R. L. (Pág. 336 – 376) 	<p>Doménech, (2003). <i>Poliedros Regulares Geometría Descriptiva 2ª edición</i>. Departamento de Expresión Gráfica y Cartografía. Escuela Politécnica Superior. Universidad de Alicante Editorial Club Universitario. España.</p> <p>A.A. (s. f.) <i>Cuerpos Geométricos (Conceptos Básicos)</i>. s. d.</p> <p>Guillem y Claramunt. <i>Cuerpos Geométricos: Clasificación y Propiedades</i>. s. d.</p>
------------------	--	--	---	---





**Revolución Educativa
con Revolución Docente
para Vivir Bien**